هيئة التعليم التقني

الاحصاء الحياتي

الدكتور
عبد الخالق عبد الجبار النقيب



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
هيئة التعليم التقني

الإحصاء الحياتي

تأليف
عبدالخالق عبدالجبار النقيب

1993 م

مع تحيات د. سلام حسين عويد الهلالي

https://scholar.google.com/citations?user=t1aAacgAAAAJ&hl=en

salamalhelali@yahoo.com

فيس بك... كروب... رسائل وأطاريح في علوم الحياة

https://www.facebook.com/groups/Biothesis/

https://www.researchgate.net/profile/Salam_Ewaid/

07807137614



المحتويات

جمهورية العراق I
الإحصاء الحياتي I
الفصل الأول 3
Presentation & Description of Statistical Data 9
المحافظـــات 31
Average & Measures of Central Tendency 52
المشاهدة 54
مقياس التشتت المطلق 77
مقياس التوسط 77
العينة الأولى 91
I 92
الفصل الثاني 93
المجموع 102
التوزيعات الاحتمالية المتقطعة 111
التوزيعات الإحصائية المتصلة 116
Continuous Probability Distributions 116
التوزيع الطبيعي: 117
The Normal Distribution 117
التوزيع التطبيقي المعياري: 118
Standard Normal Distribution 118
تقريب توزيع ذي الحدين بالتوزيع الطبيعي 121
Normal Approximation Binomial 121
الفصل الثالث 126
1-3. مقدمة في نظرية العينات 126
Sampling & Reasons for Sampling 127
الفصل الرابع 139
عدد الوفيات 145
المجموعة 148
الفترات المحدد للفئات العمرية 148
المجموعة الاولى 148
المجموعة الثانية 148
السنوات 154
طول الفئة 162
تمارين 164
متوسطات النسبة المئوية للخصوبة 166
المجموع 166
الوفيات خلال السنة 178
Squares and Square Roots 188

جدول التوزيع الطبيعي المعياري 206
القيمة المطلقة 208
Age classes 208
Biased estimator 208
ذو منوالين 208
Graphic presentation 212
Harmonic mean 212

مقدمـــة : Introduction

مـع تقـدم الـزمن ازدادت أهميـة علـم الإحصـاء وخاصـة فـي السـنوات الأخيـرة حيـث اخـذ يحتـل المكانــة البــارزة بـين العلـوم الأخـرى، ولأهميـة التعـرف علـى الطرائـق العلميـة او الأدوات الفنيـة التـي يمكـن الاسـتعانة بهـا مـن اجـل جمـع البيانـات الإحصـائية ومـن ثـم تبويبهـا وعرضـها وتحليلهـا وبالتـالي تفسـير النتـائج المتعلقـة بهـا، لا بـد مـن تزويـد القـارئ بفكـرة مـوجزة عـن موضـوع الإحصـاءات الحياتيـة مـن خـلال دراسـة مبسـطة للمبـادئ الأساسية للإحصاء الوصفي والحياتي.

وتحقيقـا لمـا تقـدم فقـد تعرفنـا فـي الفصـل الأول مـن هـذا الكتـاب الـى كيفيـة جمـع وتنظـيم وتلخـيص البيانـات الإحصـائية باسـتخدام طريقتـي العـرض (العـرض البيـاني والجـدولي). ونظـراً لأهميـة تثبيـت بعـض المفـاهيم المتعلقـة بموضـوع تصـنيف المتغيـرات ومـوازين قياسـها والتـي تفيـد البـاحثين والدارسـين فـي مختلـف الميـادين والمسـتويات، فقـد تـم إعطاء فكرة كافية عن هذا الموضوع وقد ألحقت في بداية هذا الفصل.

وقـد بحثنـا فـي القسـم الثـاني مـن هـذا الفصـل ايضـا أهـم المقـاييس الإحصـائية الوصـفية ذات الطبيعـة الحسـابية والعدديـة، وذلـك بتحليـل توزيـع البيانـات ومـا يـرتبط بهـا وهي مقاييس النزعة المركزية والتشتت والالتواء والتفرطح.

ومـن اجـل ان يحتـوي هـذا الكتـاب علـى مـادة أوسـع يسـتطيع القـارئ مـن خلالهـا الاطـلاع علـى بعـض المفـردات بشـكل تفصـيلي والتـي وردت إشـارات عنهـا ضـمن المفـردات المنهجيـة وتحقيقـا لـذلك فقـد أضـيفت مـادة الاحتمـالات والتوزيعـات الاحتماليـة ضمن القسم الثالث من هذا الفصل.

أمـا القسـم الرابـع فقـد تضـمن دراسـة مبسـطة ومـوجزة لموضـوع نظريـة العينـات، وذلـك بـالتعرف علـى معنـى العينـة وأسـباب اختيارهـا، كـذلك التطـرق الـى أهـم أنـواع طرائـق المعاينـة والأخطـاء التـي قـد تـنجم نتيجـة لإتباعهـا، كمـا احتـوى هـذا القسـم ايضـا علـى موضوع تقدير حجم العينة في حالة تقدير المتوسطات.

ونظـرا لأهميـة دراسـة وتحليـل البيانـات المتعلقـة بـالحوادث الحياتيـة، ومـن اجـل إتاحـة المجـال للعـاملين مـن المختصـين فـي حقـل الصـحة العامـة او صـحة المجتمـع بغيـة المسـاهمة الفعالـة والجـادة فـي تطـوير وتحـديث البـرامج الصـحية العامـة او الخاصـة كـذلك فـي خطـة التنميـة والإسـكان والتعلـيم وبـرامج الضـمان الاجتمـاعي، وتحقيقـا لمـا تقـدم فقـد تضـمن الفصـل الثـاني مـن هـذا الكتـاب علـى أهـم مـا تحتويـه دراسـة تلـك الحـوادث مـن إحصـاءات حيويـة عامـة او خاصـة تتعلـق بإحصـاءات الوفـاة والخصـوبة والأمـراض وكذلك فيما يخص جداول الحياة ايضا.

ونحـن نضـع هـذا الكتـاب بـين يـدي القـارئ العزيـز، فإننـا نأمـل ان يكـون خيـر عـون لـه خاصـة للـذين يشـغلون الوظـائف الإحصـائية فـي المؤسسـات او الـدوائر الصـحية المختلفة.

وأخيرا وبقـدر مـا بـذل فـي هـذا الكتـاب مـن جهـد نأمـل ان يلقـى مـا يسـتحقه مـن قبـول وسـنكون شـاكرين لأي مقتـرح يـرد إلينـا فيـه إسـهام باتجـاه تطـوير هـذا الكتـاب في الطبعات القادمة.

والله الموفق

المؤلف

بغداد/1993

الفصل الأول

1-1 تنظيم وتلخيص البيانات

Summary and Organization of Data

The variables المتغيرات :

يشار الى المتغير برمز معين مثل X, Y, I, J والذي عادة يكتب بأحرف كبيرة ولقيمة بأحرف صغير مثل x, y, i, j على الترتيب ويتحقق بأخذه لمجموعة من القيم ضمن مدى معين او مجال معين، في حين إذا كان مجاله يقع ضمن قيمة واحدة فعندئذ يسمى بالثابت (Constant) .

ويستخدم الاصطلاح في معناه الضيق للتعبير عن البيانات (Data) او القيم العددية المستخرجة من هذه البيانات. ومن اجل تحديد المفاهيم الأساسية لهذا المصطلح، فأننا سنقوم بتصنيفه حسب الغرض من استخدامه الى الأصناف الآتية :

أولا. المتغيرات الكمية والنوعية: Quantitative & Qualitative Variables

يلاحظ ان بعض خواص الأشياء يمكن قياسها في حين يتعذر على البعض الأخر عادة قياسه، ففي الحالة الأولى يطلق على المتغيرات التي تقاس بموجب موازين القياس (Measurements-Scale) الفاصلة او النسبية (Interval & Ratio Scales) بالمتغيرات الكمية، فمثلا قياسات الأطوال والأوزان ومقدار السكر في الدم وقراءات ضغط الدم ونسبة او مقدار كمية أحد أنواع الإنزيمات في الدم كلها أمثلة على هذا النوع من المتغيرات. أما في الحالة الثانية فيطلق على المتغيرات التي لا يمكن ان تقاس بموجب موازين القياس المذكورة بالمتغيرات النوعية، حيث تخضع في قياساتها عادة لموازين القياس الأسمية والرتبية (Nominal & Ordinal Scales) .

فمثلا عند إجراء فحص طبي على أحد الأشخاص فقد تكون نتيجة الفحص أما موجبة او سالبة (مصاب او غير مصاب) او عندما يتم تصنيف مجموعة من المصابين بمرض معين حسب شدة إصابتهم بذلك المرض الى عدة مستويات نوعية متفق عليها او ان تضيف مجموعة من الأشخاص او الأشياء الى قسمين، الأولى تمتلك صفة معينة او بعض صفات معينة والثانية لا تمتلكها، لكل هذه الأمثلة وغيرها من هذا النوع تعتبر من المتغيرات النوعية .

ثانيا. المتغيرات المتصلة والمتقطعة: Continuous & Discrete Variables

يمكن وصف المتغيرات بشكل اخر كأن تكون متغيرات متصلة او مستمرة او ان تكون متغيرات منفصلة او متقطعة، فالمتغير من النوع الأول يتصف بكون مجال تحققه لا يخضع لخاصية الفرجات او التقطعات، وبهذا المعنى فأنه يتحقق بأية قيمة ضمن ذلك المجال من دون قيد او شرط، فقد يأخذ قيماً صحيحة او كسرية او أي قيمة بين قيمتين ضمن مدى تحققه حيث يوجد ما لا نهاية من القيم. والأمثلة على هذا النوع من المتغيرات كثيرة، حيث تشتمل على مختلف القياسات التي تجري على الأشخاص مثل الطول والوزن وما الى ذلك.

إما بالنسبة للنوع الثاني من المتغيرات فأنها تتصف بمجال يتميز بخاصية الفرجات او التقطعات، حيث تشير هذه التقطعات الى عدم إمكانية تحقق المتغير نهائيا بأية قيمة من شأنها ان

تجزء الفترة الواقعة بين قيمة معينة وأخرى تليها او تسبقها يمكن ان يأخذها ذلك المتغير. فمثلا عدد الحوادث على الطريق السريع يعتبر متغيرا متقطعا لأن عدد الحوادث يمكن ان تتحقق بعدد صحيح مثل الصفر، 1، 2، 3، 4، 5 وما الى ذلك ولا يمكن ان تحقق بصيغة كسرية .

ومن الجدير بالملاحظة ان نذكر في هذا المجال إننا في بعض الأحيان نضطر الى معاملة المتغيرات من النوع المتصل وكأنها متغيرات منفصلة وذلك لأسباب تتعلق بمحدودية أدوات القياس المتوفرة او ان نقوم بتقريب القيم التي تتحقق الى اقرب عدد صحيح وذلك حسبما تمليه الظاهرة المدروسة من إمكانية إجراء ذلك التقريب .

ثالثا. المتغيرات المستقلة والمعتمدة: Independent & Dependent Changes

في العلاقة الرياضية بين مجموعة من المتغيرات فان المتغير المستقل هو المتغير الذي لا يخضع تغيره في تلك العلاقة لتغير أي متغير آخر فمثلا دراسة العلاقة بين عدد كريات الدم البيضاء للمصابين بسرطان الدم (Leukemia) وعدد الأسابيع التي يعيشها المصاب حتى الوفاة .

رابعا. المتغيرات العشوائية : Random Variables

عند إجراء عملية القياس للوحدات او المشاهدات الخاضعة للدراسة او البحث، فأننا سنعطي قيما لتلك الوحدات تعبر عن مجال تحققها فعلا، وعندما ندخل عوامل الصدفة في تحديد القيم المستخرجة فأن المتغير في هذه الحالة يسمى بالمتغير العشوائي .

ومن الجدير بالذكر ان هذا النوع من المتغيرات يمكن ان يكون مستمرا او مستقطعا، فيسمى في الحالة الأولى بالمتغير العشوائي المتصل، ومن الأمثلة على ذلك أطوال الطلبة فوق العمر 19 سنة وفي الحالة الثانية بالمتغير العشوائي المنفصل، ومن الأمثلة، عدد المراجعات اليومية لإحدى المراكز الطبية الخاصة .

خامسا: المتغيرات وأبعادها: Dimensions of Variables

لتعيين موضع الأعداد التي يتحقق بها أي متغير لا بد من تحديد ذلك الموضع وذلك قياسا باتجاه ثابت ومعلوم .

ومن هذا المنطلق فأنه يمكن تصنيف المتغيرات بحسب درجة أبعاد تحققها، فعندما يقال ان أعداد او مجال النقط الممكنة الوقوع تتحدد باتجاه واحد معلوم، فان المتغير يعطى بعدد واحد عند كل نقطة من نقاط تحقيقه، وعندما تتحدد نقاط وقوع المتغير قيد البحث باتجاهين معلومين، فان المتغير يعطى بعددين عند كل نقطة من نقاط تحقيقه، أما عندما يتحقق وقوع نقاط المتغير بثلاثة اتجاهات ثابتة، فان المتغير يعطى عندئذ بثلاثة أعداد عند كل نقطة من نقاط تحققه وهكذا، بدون تحديد .

فمثلا عند قياس نسبة الكولسترول في الدم لمجموعة من الأشخاص فأنها تعتبر متغير أحادي الاتجاه، أي ان الأعداد التي تعكس قراءات الأشخاص المعنيين بالقياس تتحدد بمجال "أحادي البعد" ويكون الخط المستقيم المدرج بوحدات قياس مناسبة هو البعد او الفضاء الحقيقي المعبر عن ذلك المجال، ولتحديد نتائج اختبار معين تم تطبيقه على عدد من الأشخاص يتحدد بموجب قياس درجة الذكاء ومدى اكتساب المهارة لتنفيذ عمل معين لكل شخص من الأشخاص الخاضعين للاختبار، فان هذه التجربة تعبر عن متغير ثنائي الاتجاه، أي ان الأعداد التي تعكس القراءات تتحدد بمجال ثنائي البعد، ويكون المستوى المدرج بوحدات القياس الملائمة هو البعد او

الفضاء المستوى وهكذا بالنسبة للتعبير عن النقاط ذات الأبعاد الأخرى ، (الثلاثي البعد او الرباعي البعد... الخ) .

موازين قياس المتغيرات :

Measurement Scales of Variables

فيما تقدم يلاحظ ان المتغير ليس إلا تعبيرا رقيما عن خصائص الأشياء او المفردات، حيث يأخذ قيما رقمية عادة وذلك طبقا لمجموعة من القواعد او الموازين، وتصنف موازين قياس المتغيرات الى أربعة أصناف هي المقاييس الاسمية والرتبية والفاصلة و النسبية، وفيما يأتي توضيحا لكل منها :

أولا. المقاييس الاسمية: Nominal Scales

يعتبر هذا المستوى من أوطأ المقاييس الأخرى في القياس ويستخدم في اغلب الأحوال في حالة المتغيرات النوعية، ومن أسمه يتضح انه يقتصر على تسمية خصائص الأشياء او المفردات وذلك وفقا لبعض الخصائص النوعية لها، فمثلا توزيع الأفراد حسب جنسهم الى ذكور وإناث للحصول على تبويب ثنائي او توزيع المرضى المصابين بمرض معين حسب المناطق السكنية المصنفة الى تبويب ثلاثي او أكثر. وعند استخدامنا الأرقام للإشارة الى هذه التبويبات كأن يعطى لكل منطقة سكنية رقم خاص بها او لكل جنس رقم معين، فان هذه الأرقام تفقد في حقيقة الأمر خصائصها الرياضية المعروفة (الجمع والطرح والضرب والقسمة) ، ولهذا فإن هذه المقاييس تستخدم الأعداد او الأرقام لأغراض التمييز فقط بين خصائص الأشياء او المفردات المبحوثة.

ثانيا. المقاييس الرتبية: Ordinal Scales

يطلق على المتغيرات التي تخضع إضافة لاستخدامها للأعداد او الأرقام لأغراض التمييز بين خصائص الأشياء او المفردات كما هو عليه الحال بالمقياس السابق فأنه يمكن ترتيب الأشياء او المفردات باستخدام معيار تصاعدي معين او تنازلي في مجموعات متمايزة في صفة او خاصية معينة، ومن الأمثلة على هذا النوع من المقاييس هو تصنيف مجموعة من المرضى المصابين بمرض معين حسب درجة إصابتهم الى تبويب ثلاثي (بسيط، متوسط، شديد) الإصابة، فان استخدام الأرقام او الأعداد في هذه الحالة لا تمثل كميات ثابتة او محددة، كما ان المسافة الفاصلة بين رقم وآخر لا يشترط ان تكون متساوية، فمثلا إعطاء الرقم (1) لمجموعة المرضى المصابين إصابة بسيطة والرقم (2) لمجموعة المصابين إصابة متوسطة، فان الفرق بين المجموعة الثانية والأولى في درجة الإصابة لا يشترط ان تكون مساوية للفرق بين المجموعتين الثانية والثالثة .

ثالثا. مقاييس المجال (الفاصلة): Interval Scales

يعتبر هذا المستوى من القياس أعلى من مستوى المقياسين، الاسمي والرتبوي، حيث تتحدد المسافات او الفواصل التي تفصل بين كل درجة وسابقتها او لاحقتها، ومن جانب اخر فانه يمكن اجراء بعض العمليات الحسابية على القيم التي تم تحديدها بموجب هذا المستوى من القياس كالجمع والطرح، فمثلا نقول ان المسافة بين القياس (30) والقياس (50) يكون مساويا للمسافة بين القياس (50) والقياس (70) كما يتصف هذا المستوى من القياس باعتبار وحدة المسافة بين الدرجات او القيم، كذلك نقطة الصفر تعتبر مسألة عفوية، حيث لا تشير درجة الصفر عند هذا المستوى الى الغياب الكلي للمقدار أي ان الصفر وفقا لهذا المقياس يعتبر نسبياً وليس مطلقاً .

رابعاً. المقاييس النسبية: Ratio Scales

يعتبر هذا المستوى من القياس هو اعلى مستوى للقياس وهو اضافة لتحديده للمسافات او الفواصل بين الوحدات المقاسة، فأنه يتميز بتساوي نسب القياسات ما بين الوحدات المقاسة ايضا، حيث ان نقطة الصفر عند هذا المستوى تعبر عن نقطة حقيقية مطلقة ومن الأمثلة على هذا

المستوى المتغيرات المعبرة عن الحقائق او السمات التي يشترك بها الأشخاص والتي تختلف في قياسها من شخص لآخر كما في الوزن والطول او أي قياس آخر للسمات من شأنه ان يتضمن إمكانية تطبيق العمليات الحسابية الأربعة .

جمع البيانات: Data Collection

قبل البدء بكيفية جمع البيانات المطلوبة لدراسة المشكلة المبحوثة، لا بد من التطرق الى أهمية البيانات وبالتالي طرائق الحصول عليها.

فالأجل التوصل الى مؤشر حقيقي عن الوضع الصحي في بلد ما، من خلال تحليلنا لإحدى الظواهر الحياتية فيه، فأنه لا بد من استخدام الأساليب او الطرائق الإحصائية المناسبة لدراسة تلك الظاهرة، كما يتطلب الأمر توافر بيانات محددة حول الجوانب او الخصائص المتعلقة بتلك الظواهر.

لأجل التعرف على قدرة او تأثير لقاح معين ضد أحد الأمراض الوبائية فأننا نقوم بحقن عدد معين من حيوانات التجربة بهذا اللقاح ومن ثم نعرضها للإصابة بذلك المرض ونسجل النتائج التي تحصل بغية دراستها وتحليلها وذلك من اجل وضع التوصية بتعميم هذا اللقاح او إلغائه .

وعموماً فأنه لا بد من القيام بعملية جمع البيانات اللازمة عن الظاهرة موضوع الدراسة او البحث علينا الإجابة عن الأسئلة الآتية:

<u>أولا. ما الغرض من جمع البيانات، وما هي البيانات المطلوب توافرها عن الظاهرة المدروسة؟</u>

إذا أردنا معرفة معدل الخصوبة الكلي (Total Fertility Rate) في بلد معين خلال أحد الأعوام، فأنه يستوجب معرفة عدد المواليد الأحياء في تلك السنة وعدد الإناث في سن الحمل في منتصف السنة مصنفة بحسب الفئات العمرية التي تتجانس خلالها القدرة الإنجابية الفعلية والتي تكون خمسية (كل خمسة أعوام) عادة لهذا الغرض.

<u>ثانيا. ما هي حدود مجتمع المشكلة المبحوثة، وما هي وحدة المجتمع التي تجمع عنها البيانات؟</u>

فإذا أردنا معرفة معدل وفيات الأطفال الرضع (Infant Mortality Rate) في بلد ما خلال أحد الأعوام، فان مجتمع الدراسة هو عدد المواليد الأحياء المتحققة خلال تلك السنة كذلك الذين تعرضوا لخطر الوفاة في تلك السنة فعلا.

<u>ثالثا. تحديد المصادر التي يمكن الحصول على البيانات المطلوبة منها، والتي تقسم عموماً الى نوعين من المصادر هما:</u>

أ. <u>المصادر التاريخية:</u> وتشتمل على السجلات او الجداول المعدة سابقا، كذلك النشرات والإصدارات التي تصدرها الدوائر والمنظمات المحلية او العالمية، حيث يدخل ضمن هذه المصادر المؤلفات والبحوث التي قام بإنجازها المختصون، فمثلا إذا أردنا حساب معدل الوفيات الخام السنوي (Annual Crude Death Rate) فأننا نرجع الى بيانات التسجيل الحيوي او لنتائج التعداد السكاني في حالة وقوع عملية التعداد خلال تلك السنة .

ب. <u>المصادر الميدانية:</u> ويتم فيها جمع البيانات المطلوبة مباشرة من مجتمع الدراسة او البحث، وتتعدد الطرائق والأساليب التي يتم جمع البيانات بموجب هذا النوع من المصادر، فقد تستخدم طريقة المقابلة الشخصية او أحد وسائل التبريد المتوفرة كالرسائل او الهاتف او بوساطة وسائل الأعلام المتاحة والتي يمكن ان تؤمن الحصول على البيانات المطلوبة، ويوجد أيضا ما يعرف بطريقة او أسلوب المشاهدة، وبالأخص في حالة التجارب العلمية ذات الطابع التطبيقي، فمثلا في حالة المقابلة فان المكلف بجمع البيانات يقوم بالإجابة عن كافة الأسئلة والاستفسارات التي تتضمنها استمارة الاستبيان (Questionnaire) وأما في حالتي الرسائل او الهاتف فيتطلب الأمر صياغة الأسئلة بطريقة بحيث يستطيع كافة أفراد المجتمع من استيعابها بشكل متكافئ، وأما في حالة استخدام وسائل الأعلام فإنه يتم توجيه المعنيين بالمشكلة بتزويد الجهة المحددة بالبيانات المطلوبة سواء كان من خلال مراجعتهم لمراكز معينة يتم الإعلان عنها او بأية وسيلة أخرى .

وفي حالة التجارب التطبيقية، فيتم الحصول على البيانات المطلوبة عن طريق المشاهدة، فمثلا عند دراسة تأثير نوعين من العقار من حيث تأثيرها على أحد الأمراض، فإننا نهيئ مجموعتين من حيوانات التجارب تكون مصابة بذلك المرض ونقوم بمعالجة كل مجموعة بمعزل

عن المجموعة الأخرى بحيث نعالج المجموعة الأولى بالنوع الأول والمجموعة الثانية بالنوع الثاني من العقار، وبعد مرور فترة زمنية كافية من المشاهدة نقوم بحصر النتائج وبالتالي التوصل الى القرار النهائي بشأن أي من العقارين يكون أفضل في معالجة هذا المرض .

وعموماً فأن الحصول على البيانات في اغلب الأحيان يكون من خلال استمارة تعد لهذا الغرض تعرف باستمارة او صحيفة الاستبيان والتي تتطلب عند صياغتها مراعاة عدة جوانب منها ان تكون الأسئلة ذات شمولية بحيث تغطي كافة جوانب المشكلة المبحوثة ومن جانب آخر ينبغي عند صياغتها توفر حالتي الوضوح وان توضع حسب تسلسلها المنطقي. ومن النقاط المهمة ايضا تحديد نوع الإجابة بحيث تكون رقمية في حالة المتغيرات الكمية وتحديد المستويات النوعية الممكنة للإجابة بموجب أحدها في حالة المتغيرات النوعية، فمثلا عند الاستفسار عن عدد الأبناء في الأسرة فان الإجابة تكون رقمية لتحديد ذلك العدد، في حين يتطلب الأمر اختيار أحد البدائل او المستويات النوعية عند الاستفسار عن الحالة التعليمية والتي تقسم عادة الى (أمي، يقرا، يكتب، ابتدائية، إعدادية، جامعية) .

ومن الجدير بالملاحظة ان نذكر ايضا في هذا المجال الابتعاد قدر الإمكان عن كل ما من شأنه ان يخلق حالة من الإحراج او الإرباك عند المعنيين بالإجابة كذلك خلق الثقة لديهم بان البيانات المطلوبة ليس لها أية علاقة إلا لأغراض البحث او الدراسة مع الحفاظ على سرية المعلومات المدونة او المعطاة، ومن النقاط الأساسية الأخرى الواجب ملاحظتها عند صياغة استمارة الاستبيان هي:

- صياغة مقدمة تعنون بعبارة احترام توجه للمجيب مع الإشارة الى أهمية المعلومات المطلوبة وعن كيفية الإجابة عن الأسئلة الموضوعة مع مراعاة جانب الدقة والأمانة وبما يعبر ذلك عن واقع الحال فعلا، وأخيرا توجيه كلمة شكر وأمل بإفادة المجيب من مدلولات هذه الإجراء.
- البدء بالأسئلة السهلة وثم التدرج الى الأسئلة الصعبة فيها، وذلك لإعطاء فرصة الاستمتاع للمجيب وبالتالي ضمان استمراره في الإجابة عن الاستمارة بأكملها مع تجنب البدء بالأسئلة الشخصية التي تكشف عن شخصية المجيب.
- ضرورة المحافظة على لغة مفهومة لمستوى المجيب والابتعاد عن استعمال الكلمات التي لها أكثر من معنى لدى فئات المجتمع.

ومن الإجراءات المتبعة لتطوير استمارة الاستبيان او زيادة فاعليتها القيام بأحد (او أكثر) الوسائل الآتية :

- إجراء تجربة تقويمية (مختبرية) للاستمارة من خلال توزيعها على عينة صغيرة من أفراد المجتمع وملاحظة إجاباتهم وبالتالي الاستفادة في إعادة صياغة الجوانب التي قد تكون اقل فاعلية قبل إقرارها بصورة نهائية وتوزيعها على المجيبين .
- عرض الاستمارة على خبير او مجموعة خبراء لمراجعتها والاستفادة من آرائهم بشأن تطويرها .
- تقديم استمارة الاستبيان من خلال الاطلاع على بعض الاستمارات المعدة لنفس الغرض سابقا .

رابعا. تحديد أسلوب جمع البيانات :

هناك أسلوبان لجمع البيانات، هما أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينة، ويعتمد اختيار احد الأسلوبين وتفضيله على الأسلوب الآخر المعتمد على عدة اعتبارات يمكن مراجعتها بالتفصيل في القسم الرابع من الفصل الأول .

وبعد تحديد الأسلوب الذي سيعتمد في عملية جمع البيانات المطلوبة عن الظاهرة المبحوثة ، تأتي مرحلة تجهيز البيانات والتي تقسم الى مرحلتين، الأولى وتعرف بمرحلة مراجعة صحائف الاستبيان مكتبياً (Revision) وثم الترميز والتحميل (Coding &Loading) في حالة استخدام أسلوب المعالجة الآلية باستخدام جهاز الحاسب الإلكتروني واخيرا تأتي مرحلة الفرز والتبويب (Classification & Tabulation) حيث تحول البيانات الخام التي تم جمعها الى جداول إحصائية (Statistical Tables) بحيث تصبح جاهزة لأغراض الوصف والاستدلال الإحصائي.، وفي البنود القادمة سوف نناقش طرائق عرض البيانات .

عرض البيانات الإحصائية ووصفها

Presentation & Description of Statistical Data

تعتبر عملية تنظيم مجموعة البيانات بطريقة معينة من شأنها ان تساعد او تمكن الاستفادة منها الى أقصى حد ممكن، فقد يصعب على الجهة المستفيدة من استيعاب البيانات خاصة إذا كانت كثيرة العدد او من إجراء المقارنات بين مفرداتها. لذلك يتطلب الأمر أجراء طريقة معينة او أكثر لعرض البيانات ووصفها بغية تفهمها وبالتالي التوصل الى الاستنتاجات الممكنة حولها، ومن هذه الطرائق:

أ. العرض الجدولي للبيانات: حيث توضع البيانات في جداول تتحدد درجتها بعدد المتغيرات الداخلة في بنائها. وتعتبر هذه الطريقة من العرض احدى الخطوات الأساسية المهمة واللازمة لتلخيص البيانات المبحوثة. كما تصنف الجداول من جانب آخر الى نوعين، النوع الأول وتعرف بالجداول الخاصة بالبيانات الخام او غير المبوبة، والنوع الثاني وتعرف بالجداول المبوبة او بجداول التوزيعات التكرارية ايضا.

ب. العرض البياني للبيانات: بالرغم من ان طبيعة المسالة الإحصائية هي التي تحدد في اغلب الأحيان استخدام احد الأشكال البيانية لغرض تمثيل بياناتها، فأن اختيار شكل بياني او أكثر ليكون أكثر ملائمة لنوع البيانات المبحوثة يتحدد في ضوء بعض المحددات او المؤشرات.
وبرغم شيوع استخدام هذه الطريقة في اختصار الجداول الإحصائية وعلى نطاق واسع، إلا انه لا يمكن اعتبارها بديلا عن محتوياتها تلك الجداول، حيث تهيئ طريقة العرض البياني مجالا مبسطاً تمكن المستفيد من خلالها استيعاب محتويات تلك الجداول وبأقل جهد ممكن. كما تصنف الأشكال البيانية من جانب آخر الى مجموعتين، المجموعة الأولى والتي تختص بوصف الجداول الخاصة بالبيانات التي يكون متغيرها نوعيا، في حين تختص المجموعة الثانية بوصف الجداول الإحصائية الخاصة بالبيانات التي يكون متغيرها كميا.
ج. المقاييس الوصفية ذات الطبيعة الحسابية او العددية: فقد يتطلب الأمر اجراء او حساب مقياس واحد، (أو أكثر) لوصف البيانات وصفا حسابيا من شأنها ان تؤشر جانبا معينا (أو أكثر) من جوانب طبيعة توزيع البيانات المبحوثة
.
وهذه الطريقة الوصفية سوف تكون مادة القسم الثاني من هذا الفصل .
وفي البندين القادمين سنتناول طريقتي العرض الجدولي والبياني للبيانات الإحصائية .

طريقة العرض الجدولي:

بعد الانتهاء من مرحلة جمع البيانات التي نرغب في دارسة الظاهرة من خلالها، قد يكون من الصعوبة او قد يكون من المستحيل في بعض الأحيان استيعابها، خاصة عندما يكون عددها كبيرا جداً .
لذلك، وفي مثل هذه الحالات، نلجأ الى طريقة تنظيمية تعرف بالجداول الإحصائية، فمثلا إذا كانت الجهة المستفيدة ترغب في جمع بيانات عن بعض الحوادث الحياتية من حيث عدد الولادات الحية والميتة خلال سنة معينة، فأنه يتعذر التوصل الى اجراء النسب والمعدلات المتعلقة بهذه الحوادث الحياتية من خلال دراسة الاستمارات المتعلقة بهذا الموضوع واحدة بعد الأخرى .
وعلى هذا الأساس يستلزم عرض هذه البيانات بطريقة مشوقة وسهلة وواضحة وذلك بتبويبها او تفريغها حسب تصنيف معين يتوقف على نوع المتغير (او المتغيرات) وعددها ، كذلك يتوقف على الغرض من الدراسة ايضا .

وعموماً فأن الجداول تنقسم الى نوعين، النوع الأول ويسمى الجداول الوصفية والتي يكون متغيرها (او متغيراتها) نوعية، والنوع الثاني ويسمى بالجداول الكمية والتي يكون متغيرها (او متغيرتها) كمية .
ففي النوع الأول تكون موازين قياس المتغير أما اسمية او رتبية او الاثنين معا، وفي النوع الثاني تكون موازين قياسه أما فاصلة او نسبية او الاثنين معا، وفي الصفحات القادمة سوف نوضح كيفية بناء هذه الجداول :

أولا. الجداول الوصفية: Qualitative Tables

يبنى هذا النوع من الجداول من خلال تحديد مستويات الصفات التي تنقسم بموجبها البيانات المبحوثة ومن ثم تتفرع عدد الوحدات التي تنتمي الى كل مستوى، فمثلا يقسم المتغير النوعي الخاص بالحالة التعليمية الى ثلاث مستويات نوعية، هي (أمي، يقرأ ويكتب، متعلم)، او شدة الإصابة بمرض معين (بسيطة، متوسطة، شديدة، مزمنة)، وفيما يأتي مثال تطبيقي يوضح كيفية بناء هذا النوع من الجداول :

مثال(1): البيانات الآتية تمثل دراسة للسمات العصابية طبقت على (188) طالبا من طلبة المعاهد الطبية ووفقا لقياس (كراون-كرسب)* لاختبار التيارات العصابية

---

* يعتمد مقياس (Crown-crisp) على تحديد الصفة المميزة لشخصية الفرد والمتمثلة بالتيار العصابي الأكثر شيوعا من بقية التيارات العصابية الأخرى .

موزعة على ستة مستويات نوعية هي (A, P, O, S, D, H) . ومن خلال مراجعة نتائج استمارة الاستبان، تم تصنيف أعداد الطلبة وفقا للأختبار المذكور كالآتي :
نرسم جدولاً يتألف من ثلاثة أعمدة، يخص العمود الأول مستويات المتغير النوعي الستة، والعمود الأوسط لتفريغ نتائج الاختبار التي تخضع اليها مفردات العينة المختارة واحدة بعد الأخرى، حيث توضع علامة مقابل كل مستوى يتحقق بالتتابع وتكون على شكل خط بسيط يغلق بخط مائل عند تحقق العلامة الخامسة فنحصل بذلك على حزمة من خمس مفردات وبذلك تسهل عملية العد وهكذا حتى الانتهاء من الاستمارة الأخيرة. والجدول الآتي يوضح نتائج هذه العملية :

جدول (1-1)
تفريغ نتائج اختبار (كراون، كرسب) على مفردات عينة البحث

المستوى	العلامات	عدد الطلبة
A	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌	71
P	卌 卌 卌 卌 卌 |||	28
O	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌	49
S	卌 卌 |||	13
D	卌 卌 |||	12
H	卌 卌 卌	15
المجموع	—	188

المصدر: (*)

بعد الانتهاء من الجدول السابق يتم استبعاد العمود الثاني منه ليصبح جاهزاً لأغراض العرض البياني او لأجراء عمليات الاستدلال المطلوبة، ومن المفيد والضروري ان نذكر عنواناً للجدول كذلك تحديد وحده قياسه ومصادر البيانات التي يحتويها .

(*)Younis, Maha Sulayman: "Psychoneurotic Profiles of Paramedical Students": A study submitted to the Iraqi Commission of the Iraqi Board in psychoneurotic, April (1992) .

من خلال الإشارة الى ذلك مباشرة أسفل الجدول او الى أي مصدر معين (أو أكثر) وذلك بالإشارة الى رقم تسلسل المصدر المعتمد، كما يتطلب الأمر وضع ترقيم للجداول المستخدمة وذلك حسب تسلسلها وبالتتابع، حيث يؤدي ذلك الى سرعة المراجعة عند الإشارة اليها.

ويسمى الجدول السابق بالجدول البسيط وذلك بسبب وجود صفة واحدة (متغير أحادي التصنيف) وهي مستويات التيارات العصابية .

أما في حالة وجود صفتين (متغير ثنائي التصنيف) ، فيسمى الجدول عندئذ بالجدول المزدوج ويعرف أحياناً بجدول التوافق (Contingency Table) ، حيث يتم تقسيم الجدول الى بعدين، بعده العمودي لتمثيل الصفة الاولى وبعده الأفقي لتمثيل الصفة الثانية، والمثال الآتي يبين كيفية بناء هذا النوع من الجداول .

مثال(2): البيانات الآتية تمثل نتائج دراسة طبية عن العلاقة بين التدخين وسرطان الرئة، حيث أجريت هذه الدراسة على (5500) حادثة وفاة ، تم تصنيف أعداد المتوفين وفقا لمتغيرات الدراسة وكما يأتي :

ينشأ جدول يتألف من عمودين ومن صفين، يخصص العمودان للصفة الأولى وهي عدد الوفيات بسبب الإصابة بسرطان الرئة للعمود الأول وعدد الوفيات لجميع الأسباب الأخرى للعمود الثاني ، ويخصص الصفان للصفة الثانية، وهي عدد المدخنين للصف الأول وعدد غير المدخنين للصف الثاني، فنحصل بذلك على جدول توافق يتألف من أربعة خلايا يتم إفراغ البيانات فيها بالتتابع كما في الأسلوب السابق. والجدول الآتي يوضح نتائج هذه العملية بعد تحويل الحزم الى أعداد .

جدول (2-1)
التكرارات الملاحظة لنتائج دراسة طبية عن العلاقة بين التدخين وسرطان الرئة

الموقف من التدخين/أسباب الوفاة	سرطان الرئة	أسباب أخرى
عدد المدخنين	*410*	*3505*
عدد غير المدخنين	*85*	*1500*

ويسمى الجدول الخاص بهذا المثال بالجدول الرباعي، وذلك لاحتوائه على صفين وعمودين فقط وهذا ابسط أنواع جداول التوافق، حيث يمكن ان يتحقق بأكثر من صفين او عمودين وحسب عدد المستويات النوعية التي يأخذها المتغير الثنائي التصنيف، فمثلا إذا تم تصنيف عدد سكان منطقة معينة بحسب نوع الإقامة الى (سكان ريف، سكان أطراف المدن، سكان المدن) من جهة والى تصنيف حالات الوفاة حسب السبب خلال سنة معينة بموجب اللائحة المختصرة الصادرة عن منظمة الصحة العالمية وتعديلاتها التي تتألف من احد عشر سببا رئيسا من جهة أخرى ، فأن جدول التوافق في هذه الحالة سوف يتألف من ثلاثة وثلاثين خلية تحتوي على كافة التكرارات الملاحظة، وقد يصادف ان يكون المتغير الوصفي ثلاثي الأبعاد، ففي هذه الحالة وكذلك الحالات التي يكون فيها المتغير ذا إبعاد تزيد عن ذلك فعندئذ يسمى بجدول التوزيع المركب .

ثانيا. الجداول الكمية: Quantitative Tables

إذا كانت البيانات المبحوثة تعبر عن ظاهرة لمتغير (او أكثر) يمكن قياسها كمياً، بحيث يكون ميزان القياس هو الفاصل كحد –أدنى للقياس، فأن الجدول الذي يبنى على هذا النوع من البيانات يسمى بجدول التوزيع التكراري (Frequency Tables).

ومن المناسب ان نؤكد هنا على أهمية هذا النوع من الجداول الإحصائية، حيث نتمكن بوساطتها تنظيم البيانات الكثيرة العدد وذلك بتبويبها في مجموعات متساوية او غير متساوية وذلك بناءً على بعض المؤشرات، بحيث لا تخسر البيانات المبوبة من أهميتها إلا الشيء اليسير او ربما لا تخسر شيئاً .

والخطوات الآتية توضح كيفية بناء هذا النوع من الجداول:

أ. بعد التأكد من ان البيانات الخاصة بالظاهرة المدروسة يمكن قياسها كمياً بأحد موازين القياس الفاصلة او النسبية، نحدد عدد المتغيرات ذات العلاقة الداخلة في بناء الجدول التكراري، فإذا احتوى الجدول على متغير كمي واحد فيسمى بالجدول التكراري البسيط وإذا احتوى على متغيرين كميين فيسمى بالجدول التكراري المزدوج .

ب. تقسيم مدى (Range) قيم البيانات الى فئات يفضل ان تكون متساوية في الطول وذلك تسهيلا للعمليات الحسابية، ولكن قد يكون ذلك غير ممكن في بعض الأحيان، فقد تكون البيانات المبحوثة مفصلة في جزء ومجملة في جزء آخر او قد نكون راغبين في دراسة إحدى (او أكثر) الفئات ذات طول معين وذلك للأهمية او لأي سبب آخر وبغض النظر عن أطوال الفئات الأخرى، ففي هذه الحالة نحصل على ما يعرف بجدول التوزيع التكراري غير المنتظم .

من جانب آخر يجب ملاحظة نوع المتغير (او المتغيرات) فيما إذا كان متصلا أم منفصلا لما لذلك من اثر على تحديد نهاية الفئات، ففي حالة المتغير المتصل تكون لدينا فئات متصلة النهاية مع بداية الفئة التي تليها، في حين تكون نهاية كل فئة من فئات جدول التوزيع التكراري ذي المتغير المنفصل محددة بشكل واضح وغير متداخلة مع بقية الفئات الأخرى .

ونظرا لعدم وجود قواعد ثابتة لتحديد أطوال وأعداد الفئات التي يبنى على أساسها الجدول التكراري ومن اجل تحقيق الغاية التي نقصدها، وهي عملية تلخيص البيانات الكثيرة، بحيث لا نضيع من معالم التوزيع او ان نفقد كثيرا من تفاصيله ينبغي إلا يكون عدد الفئات قليلا فتضيع بذلك معالم التوزيع وان لا يكون عدد الفئات كثيراً فتضيع الحكمة او القصد من علمية التلخيص او الاختصار من خلال بناء الجدول. وعموماً فأنه يجب ان نختار طول الفئة او عدد الفئات بالكيفية التي تلائم ظروف البيانات بحيث لا نحصل على فئات بعضها خال من التكرارات او ان نحصل على توزيع تتركز فيه التكرارات في فئات قليلة قياسا بالعدد الكلي لفئات الجدول .

وبعد تقسيم قيم البيانات الى فئات محددة، نقوم بتفريغ البيانات على الفئات وثم نجمع التكرارات المقابلة لكل فئة وبنفس الأسلوب الذي اتبعناه في الجداول النوعية. وفيما يأتي بعض الأمثلة العملية لتوضيح الخطوات المتبعة لبناء جدول التوزيع التكراري :

مثال (3): البيانات الأتية تمثل أطوال حياة (40) شخصا بالأشهر بعد الانتهاء من معالجتهم كيميائيا نتيجة لأصابتهم بأحد أنواع الأورام الخبيثة .

42	28	27	25	26	27	34	31	31	48
38	45	30	32	39	38	38	44	43	35
33	31	35	37	42	49	34	37	35	49
32	30	30	33	39	44	45	31	34	52

ولعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ذي فئات نتبع الخطوات الموضحة في الجدول (1 - 3) .

فإذا أخذنا فئات متساوية بأفتراض ان عددها يساوي (5) فأن المدى* لهذه البيانات يساوي :

المدى= اكبر قيمة – اصغر قيمة

=49-25+1

=24

(*) ينبغي التمييز بين المدى الذي يشتمل على طرفي القيم (القيمة الدنيا والقيمة العليا) وبين المدى المطلق الذي يستثني احدى طرفي القيم ، حيث لا يضاف إليه الواحد الصحيح .

الآن نستخرج طول الفئة وذلك بتطبيق الصيغة الآتية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى} + 1}{\text{عدد الفئات}}$$

= 5 ـ ، (ﻫ

وبما ان البيانات مسجلة لأقرب عدد صحيح (لا توجد كسور عشرية) فأنه في حالة الحصول على نتيجة تحتوي على كسر معين فأنه يقرب الى اقرب عدد صحيح ايضا .

أما في هذه المرحلة فنعين الحد الأدنى للفئة الأولى والذي يجب ان يكون مساويا او اصغر بقليل من اصغر قيمة في البيانات، وفي مثالنا هذا يكون (25) .
والخطوة التالية تعيين الحدود الدنيا والحدود العليا لجميع الفئات الأخرى وذلك بإضافة طول الفئة لكل حد أدنى فقط للحصول على الحد الأدنى للفئة التالية .
واخيرا نقوم بتفريغ البيانات على الفئات المنشئة باستعمال الخط العمودي لكل قراءة وخط مائل للقراءة الخامسة وهكذا حتى الانتهاء من تأشير آخر قراءة في مجموعة البيانات .

جدول (1-3)
التوزيع التكراري لأطوال الحياة بالأشهر لمجموعة من الأشخاص المصابين بأحد أنواع الأورام الخبيثة بعد معالجتهم كيميائياً

حدود الفئات	إفراغ البيانات	التكرارات
25–29	~~||||~~	5
30–34	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~	15
35–39	~~||||~~ ~~||||~~	10
40–44	~~||||~~	5

45-49	𝍸	5
المجموع	—	40

المصدر: (فرضي)

وبعد الانتهاء من عملية تحويل رموز عمود إفراغ البيانات في عمود التكرارات فأننا نقوم بالغاء الإفراغ وكما مرَّ سابقا بالنسبة لجداول المتغير النوعي .

ومن الجدير بالملاحظة عند صياغة حدود الفئات للجدول السابق أننا قد اعتبرنا المتغير الخاص بالمسألة المدروسة وهو الزمن بالأشهر متغير منفصلا بالرغم من كونه في حقيقة الأمر متغيرا متصلا، وذلك بسبب التقريب الذي قربت إليه البيانات لأقرب عدد صحيح .

__*مثال (4):*__ البيانات الأتية تمثل قراءات شدة التعرض الإشعاعي بموجب وحدة قياس معينة مسجلة لـ (80) مستخدماً خلال فترة زمنية معينة بالتعامل مع نوع معين من الإشعاعات .

92.3	34.1	58.2	75.1	82.3	68.5	90.1	82.2	88.1	77.2
73.1	79.3	88.3	73.1	60.0	91.3	71.2	59.5	85.1	75.1
62.0	65.1	75.0	88.2	74.1	62.1	95.0	78.1	63.1	72.2
66.1	78.0	83.0	75.1	93.1	78.2	69.1	74.1	67.0	60.0
97.0	79.0	88.1	61.1	75.0	95.0	60.0	79.1	82.3	71.1
65.0	80.0	72.1	57.8	79.1	85.0	76.1	65.2	71.2	76.2
65.0	80.0	72.1	57.8	88.2	78.1	62.1	76.2	51.1	74.1
87.0	68.2	73.0	82.0	73.0	63.2	76.2	75.1	85.0	78.0

المصدر: (فرضي)

ولعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية بطول (5) وحدات قياس التعرض، نتبع الخطوات الآتية:

المدى= اكبر قيمة – اصغر قيمة +1

=98.9 –51.1 +1

=48.8

الآن نستخرج عدد الفئات وذلك بتطبيق الصيغة الآتية:

$$\text{عدد الفئات} = \frac{\text{المدى} + 1}{\text{طول الفئة}}$$

$$\frac{48.8}{5} = 9.76 \approx 10$$

وبأتباع الخطوات المذكورة في المثال السابق نحصل على الجدول التكراري الآتي:

جدول (4-1)

التوزيع التكراري لقراءات شدة التعرض الإشعاعي لمجموعة من العاملين نتيجة لتعاملهم مع نوع معين من الإشعاع

الفئات	إفراغ البيانات	التكرارات

50-	|	1
55-	||	2
60-	𝍸 𝍸|	11
65-	𝍸 𝍸	10
70-	𝍸 𝍸 |	12
75-	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21
80-	𝍸 |	6
85-	𝍸 ||||	9
90-	||||	4
95-99	||||	4
المجموع	—	80

المصدر: (فرضي).

ويلاحظ عند صياغة الحدود الدنيا والعليا للفئات إننا قد تعاملنا مع متغير من النوع المتصل، مما ترتب على ذلك جعل الفئات هي الأخرى متصلة بعضها بالبعض الأخر دون كتابة الحدود العليا باستثناء الفئة الأخيرة . ويكون الجدول المطلوب هو نفس الجدول السابق بعد استبعاد العمود الأوسط الخاص بتفريغ البيانات .

إما في حالة وجود مجموعتين من كميات تقيس ظاهرتين بينهما علاقة (متغير ثنائي التصنيف)، فيسمى الجدول عندئذ بالجدول التكراري المزدوج (**Double Frequency Table**) ، فمثلا قد يكون لدينا أعمار مجموعة من الأشخاص ودرجات ضغط الدم العالي مقاسة (بالملم/ زئبق) ، او مجموعة من قراءات نسبة الكولسترول بالدم ومساحة السطح البشري لكل فرد فيها او درجات مجموعة من الطلبة في امتحان مادتين مختلفتين... الخ، فإذا كان الهدف من دراسة هذا النوع من البيانات (الثنائية التصنيف) هو من اجل قياس العلاقة بين الظاهرتين فأنه يكون من الصعوبة اجراء ذلك إذا ما وضعنا كل مجموعة من البيانات في جدول تكراري بسيط، لذلك نلجأ في مثل هذه الحالات الى بناء جدول تكراري مزدوج (ذي اتجاهين) راسي وأفقي ، فالاتجاه الرأسي يقسم الى عدد معين من الفترات الجزئية للتعبير عن الفئات الخاصة بالظاهرة الأولى والاتجاه الثاني الأفقي يقسم هو الآخر الى فترات جزئية ايضا للتعبير عن الفئات الخاصة بالظاهرة الثانية .

وبعد الانتهاء من تحديد الفئات لكلا الظاهرتين نبدأ بعملية تفريغ البيانات، حيث نستعل الخط العمودي لكل تكرار والذي يمثل هنا بقرأتين لكل تقابل من أزواج القيم وخط مائل للتكرار الخامس منها، وهكذا حتى الانتهاء من تأشير كافة الأزواج المتقابلة لقراءة الظاهرتين ، والمثال الآتي يوضح لنا كيفية بناء هذا النوع من الجداول .

مثال (5): البيانات الآتية تمثل درجات الذكاء ودرجات اكتساب المهارة لـ (25) شخصا تم الحصول عليها بموجب اجراء بعض الاختبارات الخاصة بتحديد درجة الذكاء واكتساب المهارة .

درجة الذكاء	*90, 126, 135, 137, 109, 110, 131, 111, 114, 122, 104, 119, 113*
درجة المهارة	*56, 72, 70, 75, 53, 58, 52, 77, 52, 61, 72, 46, 68*
درجة الذكاء	*115, 95, 111, 144, 97, 121, 118, 122, 128, 115, 102, 119*
درجة المهارة	*73, 44, 83, 46, 59, 68, 70, 74, 68, 55, 70*

ولعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري مزدوج نتبع الخطوات الآتية:

أ. نقسم مدى كل من المتغيرين الى عدد مناسب من الفئات، فلو قسمنا مدى درجات الذكاء الى (5) فئات متساوية فأن طول كل منها يساوي:

طول الفئة لمتغير الذكاء = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$= \frac{[illegible] - 144}{5}$

$= 11$

ولو قسمنا مدى درجات المهارة الى (5) فئات متساوية ايضا، فأن طول كل منها يساوي:

طول الفئة لمتغير المهارة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$= \frac{3[illegible]}{[illegible]}$

$= 8$

ب. نحدد الحدود الدنيا والعليا لكل فئة من فئات المتغير الأول وبنفس الأسلوب للمتغير الثاني ونجعل احدهما أفقيا والآخر عموديا .

ج. تفريغ البيانات وذلك بتوزيع كل زوج من أزواج القيم بنفس الأسلوب المتبع في عملية تفريغ البيانات، وذلك باستعمال الخط العمودي لكل زوج من القراءات ضمن التقابل الواحد وخط مائل للزوج الخامس من القيم، وهكذا حتى الانتهاء من تأشير اخر زوج في مجموعة البيانات .

والجدول الآتي يوضح إجراءات هذه العملية :

جدول (5-1)
التوزيع التكراري المزدوج لدرجات الذكاء والمهارة لمجموعة من الأشخاص بعد إجراء بعض الاختبارات الخاصة عليهم

درجات الذكاء /درجة المهارة	90-100	101-111	112-122	123-133	134-144	المجموع
44-51	// 2	/ 1	/ 1			4
52-59	/ 1	/// 3	// 2	/ 1		7
60-67			/ 1			1
68-75		/ 1		// 2	// 2	11
76-83		/ 1			/ //	2
المجموع	3	6	10	3	3	25

وفـــي بعــض التطبيقـــات قـــد نضـــطر الـــى تكـــوين جـــدول تكـــراري مفتـــوح مـــن احـــدى نهايتيـــه (Open –End Frequency Table) او ان يكـــون مفتوحـــا مـــن نهايتـــه، وذلـــك علـــى الـــرغم مـــن تفضـــيل الجـــداول التكراريـــة المغلقـــة ســـواء كـــان ذلـــك لأغـــراض الوصـــف البيـــاني او لأجـــراء بعـــض المقـــاييس الإحصـــائية فقـــد لا يكـــون أمامنـــا خيـــار ســـواء الحصـــول علـــى هـــذا النـــوع مـــن الجـــداول نتيجـــة لأســـباب قـــد تتعلـــق بنـــوع او شـــكل البيانـــات نفســـها، ففـــي حالـــة البيانـــات التـــي تتضـــمن قيمـــا متطرفـــة او شـــاذة (Outliers) فمـــن الأفضـــل ان يكـــون الجـــدول مفتوحـــا لتلافـــي إظهـــار عـــدم انتظـــام تكـــرارات التوزيـــع عنـــد نهايتـــه، ومـــن الجـــدير بالملاحظـــة ان نـــذكر فـــي هـــذا المجـــال وجـــود جـــداول إحصـــائية مـــن النـــوع المـــزدوج (Mixed-Table) تكـــون احـــد الظـــاهرتين لمتغيـــر وصـــفي والظـــاهرة الأخـــرى لمتغيـــر كمـــي ذي فئـــات يـــتم تحديـــدها بنـــاءً علـــى بعـــض المعـــايير او الأســـس، فمـــثلا إذا كانـــت الظـــاهرة الأولـــى تخـــص صـــفة الجـــنس (ذكـــور وإنـــاث) فـــي حـــين تشـــير قـــيم الظـــاهرة الثانيـــة الـــى عـــدد حـــوادث الوفـــاة مصـــنفة حسب التكوين العمري ذي الفئات الخمسية لمنطقة ما خلال سنة معينة .

ثالثا. جداول التكرارات المتجمعة: Cumulative Frequency Tables

لقد سبق ان بينا عند دراستنا للجداول التكرارية كيفية توزيع قيم البيانات على الفئات التي تنتمي اليها كل قيمة من تلك القيم، ولكن في بعض الأحيان عندما يكون الأهتمام منصبا على تحديد عدد القيم التي تساوي او تكون اصغر او اكبر من قيمة معينة نقوم بعملية تجميع التكرارات بهدف الحصول على جدول التكرارات التجميعية، والذي يكون احد نوعين، هي التكرارات التجميعية الصاعدة والتكرارات التجميعية النازلة. ففي حالة الجدول التكراري التجميعي الصاعد تحدد الفئات باستخدام التعبير (اقل من الحد الأعلى) لكل فئة من فئات جدول التوزيع التكراري ويكون تجميع التكرارات في صعود مستمر، بحيث يكون التكرار المتجمع للفئة الأخيرة مساويا لمجموع التكرارات في جدول التوزيع التكراري. إما في حالة التوزيع التكراري للمتجمع النازل فتحدد الفئات باستخدام التعبير (من الحد الأدنى فأكثر) بحيث يكون التكرار المتجمع للفئة الأخيرة مساويا لتكرارها في جدول التوزيع التكراري، كما يوضح المجموع الناتج في جدول التوزيع التكراري ليمثل تكرار المتجمع النازلة للفئة الأولى ويطرح قيمة تكرار الفئة الأولى من جدول التوزيع التكراري من قيمة تكرار المتجمع النازل للفئة الأولى نحصل على التكرار المتجمع النازل للفئة الثانية وهكذا وصولا الى التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة الذي يساوي كما ذكرنا تكرار الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري .

مثال (6): أنشئ جدولي التوزيع التكراري للمجتمع الصاعد والمتجمع النازل لبيانات الجدول (1-4) الخاصة بالمثال (4) .

الحل: بالرجوع الى بيانات (1-4) ، يتضح ان مجموع تكرارات جميع القيم التي تساوي او تكون اقل من الحد الأعلى لفئة ما هو التكرار المتجمع الصاعد لتلك الفئة، والجدول (1-6) يوضح كيفية بناء ذلك التوزيع .

جدول (1-6)

التوزيع التكراري للمجتمع الصاعد لقراءات شدة التعرض الإشعاعي لمجموعة من العاملين نتيجة لتعاملهم مع نوع معين من الإشعاع

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد
اقل من 55	1
اقل من 60	3
اقل من 65	14
اقل من 70	24
اقل من 75	36
اقل من 80	57
اقل من 85	63
اقل من 90	72
اقل من 95	76
اقل من 99	80

وبذلك يتضح ان عدد الأشخاص الذين تكون شدة تعرضهم الإشعاعي اقل من مستوى معين للتعرض واضحا ويسيرا للغاية عند النظر الى عمود التكرارات في الجدول أعلاه.
الآن إذا وضعنا مجموع تكرارات جميع القيم التي تساوي او تكون اكبر من الحد الأدنى لفئة ما، فأننا سنحصل على التكرار المتجمع النازل لتلك الفئة، والجدول (1-7) يوضح كيفية بناء هذا التوزيع.

جدول (1-7)
التوزيع التكراري للمجتمع النازل لقراءات شدة التعرض الإشعاعي لمجموعة من العاملين نتيجة لتعاملهم مع نوع معين من الإشعاع

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد
50 فأكثر	80
55 فأكثر	79
60 فأكثر	77
65 فأكثر	66
70 فأكثر	56
75 فأكثر	44
80 فأكثر	23
85 فأكثر	17
90 فأكثر	8
95 فأكثر	4

هذا ويستخدم هذا النوع من الجداول ذي التكرارات التجميعية لأغراض المقارنة ما بين توزيعين تكراريين، مع الأخذ بنظر الاعتبار تساوي مجموع التكرارات في كلا التوزيعين الخاضعين للمقارنة .

رابعا. جداول التكرارات النسبية: Relative Frequencies Tables

يعتبر التكرار النسبي لفئة ما في جدول التوزيع التكراري بمثابة قيمة نسبة تكرار تلك الفئة الى مجموع التكرارات، ويسمى الجدول الذي يحتوي على قيم التكرارات النسبية بجدول التوزيع التكراري النسبي .
ويستخدم هذا النوع من الجداول لأغراض المقارنة ما بين توزيعين (او أكثر) يختلفان في مجموع التكرارات .
مثال(7): بالرجوع الى بيانات الجدول (1-4) الخاصة بالمثال (4) أنشئ جدول التوزيع التكراري النسبي.
الحل: بالرجوع الى بيانات الجدول (1-4) والقيام بأيجاد نواتج قسمة كل تكرار على مجموع التكرارات نحصل على التوزيع التكراري النسبي وكما هو مبين في الجدول (1-8) .

جدول (1-8)
التوزيع التكراري النسبي لقراءات شدة التعرض الإشعاعي لمجموعة من العاملين نتيجة لتعاملهم مع نوع معين من الإشعاع

حدود الفئات	التكرارات النسبية
50−	0.0125
55−	0.025
60−	0.1375
65−	0.125
70−	0.150
75−	0.2625
80−	0.075
85−	0.1125
90−	0.050
95−99	0.050
المجموع	1

ويلاحظ ان مجموع التكرارات النسبية يساوي الواحد الصحيح دائما، ويمكن اجراء بعض التحويرات على قيم التكرارات النسبية من خلال ضربها بقيمة ثابتة تعرف بثابت النسبة، فإذا قمنا بضرب كافة قيم التكرارات النسبية بالعدد (100) فأننا نحصل على جدول التوزيع التكراري المئوي، والتوزيع التكراري المئوي لبيانات الجدول (1-4) موضحة بالجدول (1-9) .

جدول (1-9)
التوزيع التكراري المئوي لقراءات شدة التعرض الإشعاعي لمجموعة من العاملين نتيجة لتعاملهم مع نوع معين من الإشعاع

حدود الفئات	التكرارات المئوية
50−	1.25
55−	2.5
60−	13.75
65−	12.5
70−	15.0
75−	26.25
80−	7.5
85−	11.25
90−	5.0
95−99	5.0
Total	100

حيث يلاحظ ان مجموع التكرارات المئوية يساوي (100) دائما .

طريقة العرض البيانية:

Graphic of Data Presentation

رأينـــا كيـــف نســـتخدم التبويـــب فـــي بنـــاء الجـــداول الإحصـــائية بغيـــة وضـــع البيانـــات المبحوثـــة فـــي صـــورة مختصـــرة ومنظمـــة وواضـــحة، بحيـــث تســـاعد علـــى اســـتيعابها وبالتـــالي إمكانيـــة إجـــراء عمليـــات الوصـــف البيـــاني حولهـــا، كـــذلك عمليـــات التحليـــل والاســـتدلال الإحصائي.

وتعتبـــر طريقـــة الوصـــف البيـــاني مـــن الطرائـــق الإحصـــائية الوصـــفية التـــي تمكـــن بعـــض المســـتفيدين مـــن الـــذين يجـــدون بعـــض الصـــعوبات فـــي إدراك واســـتيعاب أعـــداد قـــيم المتغيـــرات التـــي تتضـــمنها الجـــداول ا لإحصـــائية، ولهـــذا نكـــون أمـــام خيـــار لا منـــاص منـــه إلا وهـــو توضـــيح هـــذه الجـــداول بصـــيغة بيانيـــة او رســـوم تصـــويرية مـــن اجـــل المســـاعدة فـــي تكـــوين فكـــرة ســـريعة ودقيقـــة عـــن بيانـــات هـــذه الجـــداول خاصـــة إذا كانـــت تحتـــوي علـــى بيانـــات ذات مســـتويات او متغيـــرات عديـــدة، هـــذا فضـــلا علـــى ان بعـــض الرســـوم البيانيـــة تســـاعدنا فـــي اجراء بعض أساليب التحليل الإحصائي.

وهنـــاك العديـــد مـــن الأشـــكال البيانيـــة والرســـوم التصـــويرية التوضـــيحية وذلـــك بـــاختلاف البيانات المراد عرضها، كذلك الهدف من اجراء هذه العملية، وأهم هذه الأشكال هي :

أ.الخط البياني: Line Chart

تســـتخدم هـــذه الطريقـــة لتوضـــيح التغيـــرات التـــي تحـــدث نتيجـــة لســـير ظـــاهرة مـــا خـــلال فتـــرة زمنيـــة معينـــة، فمـــثلا تغيـــر درجـــات الحـــرارة لأحـــد المصـــابين بمـــرض معـــين خـــلال الـــ (24) ســـاعة الأولـــى مـــن دخولـــه المستشـــفى او عـــدد الـــداخلين الـــى احـــدى المراكـــز الطبيـــة لكـــل ســـاعة علـــى مـــدار اليـــوم الواحـــد او عـــدد حـــوادث التســـمم موزعـــة علـــى عـــدد أيـــام الأســـبوع، والـــى غيـــر ذلـــك مـــن الأمثلـــة التـــي تعتمـــد علـــى عامـــل الـــزمن فـــي تحديـــد قـــيم الظـــاهرة المدروســـة بحيـــث يكـــون الجـــدول الإحصـــائي الـــذي نحـــن بصـــدده مصـــنفاً بأحـــد أنـــواع الجـــداول النوعيـــة، وعندئـــذ فـــأن هـــذه الطريقـــة المســـماة بطريقـــة الخـــط البيـــاني تكـــون مـــن الطرائـــق الملائمـــة فـــي اجـــراء عمليـــة الوصـــف البيانيـــة. وعمومـــاً يكـــون المحـــور الأفقـــي ممـــثلا لعامـــل الـــزمن والمحور العمودي ممثلاً

القـــيم الظـــاهرة، حيـــث يكـــون عامـــل الـــزمن متغيـــراً مســـتقلاً فـــي حـــين تكـــون قـــيم الظاهرة متغيرا تابعاً.

مثـــال (8): الجـــدول الآتـــي يتضـــمن أعـــداد الوفيـــات (بالمائـــة) نتيجـــة الإصـــابة بأحـــد الأمـــراض الانتقالية في بلد ما خلال أحد الأعوام موزعين على أشهر السنة.

الجدول (1-10)

أعداد الوفيات (بالمائة) نتيجة الإصابة بأحد الإمراض الانتقالية في بلد ما خلال أحد الأعوام موزعة حسب أشهر السنة

عدد الوفيات	1.5	2.1	3.2	4.0	4.5	5.3	6.6	6.5	3.3	3.1	1.9	1.1
الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

المصدر: (فرضي).

ولغـــرض عـــرض هـــذه البيانـــات بيانيـــاً فـــأن طريقـــة الخـــط البيـــاني تكـــون مـــن بـــين الطرائق الملائمة لهذا الغرض ، والشكل البياني (1-1) يبين كيفية اجراء هذه الطريقة .



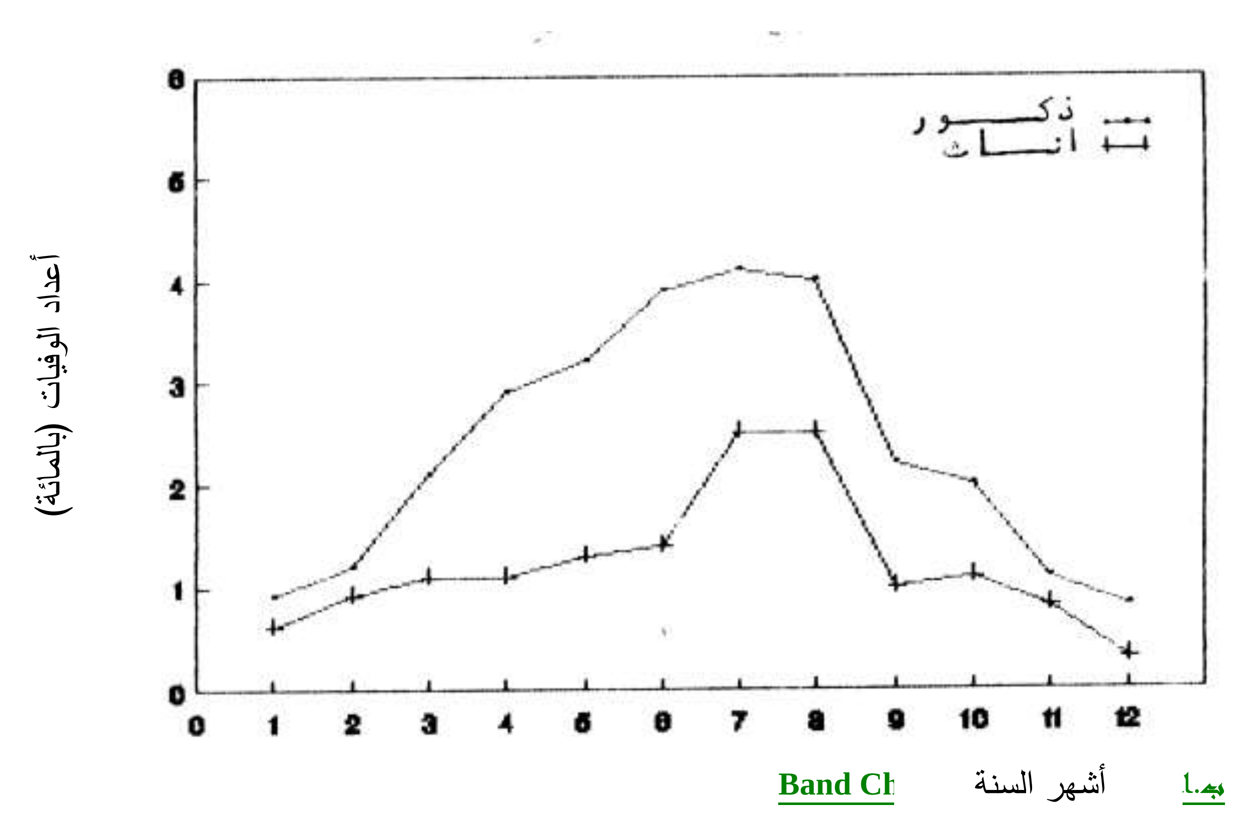
وتجـرى هـذه الطريقـة ايضـا فـي حالـة عـرض البيانـات الناتجـة مـن تغيـر ظـاهرتين (او أكثـر) مـع عامـل الـزمن والـذي يعتبـر عـاملا مشـتركاً بـين تلـك الظـواهر، حيـث يمثـل العامـل المشـترك علـى المحـور الأفقـي عـادة ثـم تمثـل كـل ظـاهرة مـن تلـك الظـواهر بخـط بيـاني مـع العامـل المشـترك علـى المحـور العمـودي مـع إيضـاح كـل ظـاهرة وبمـا يميزهـا عـن بقيـة الظواهر الأخرى (بخط متصل او متقطع ...الخ) .

مثـال (9): مـن بيانـات الجـدول (1-10) ، إذا تـم تصـنيف أعـداد الوفيـات حسـب أنـواع (ذكور، إناث) وكما هو مبين بالجدول (1-11) .

الجدول (1-11)

أعداد الوفيات (بالمائة) حسب النوع (الذكور ، الإناث) نتيجة للإصابة بأحد الإمراض الانتقالية في بلد ما خلال أحد الأعوام موزعين حسب أشهر السنة

عدد الوفيات		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	ذكور	0.9	1.2	2.1	2.9	3.2	3.9	4.1	4.0	2.2	2.0	1.1	0.8
	إناث	0.6	0.9	1.1	1.1	1.3	1.4	2.5	2.5	1.0	1.1	0.8	0.3
الشهر		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



بـ.1 Band Ch

تستخدم هذه الطريقة لتوضيح التغيرات التي تحدث نتيجة لسير ظاهرتين من نفس النوع بحيث يكون الفرق بين قيمها المتقابلة خلال فترة زمنية معينة ذا معنى او دلالة، فمثلا تستخدم هذه الطريقة في تمثيل معدل المواليد الخام ومعدل الوفيات الخام في بلد ما خلال الفترة الواقعة بين تعدادين، او لتمثيل أعداد الهجرة الداخلية وأعداد الهجرة الخارجية في بلد ما خلال فترة زمنية معينة والإيرادات والمصاريف الكلية المتحققة لأحدى المراكز الطبية. فكل هذه الأمثلة والتي على شاكلتها يكون الفرق بين كل قيمتين متناظرتين في وحدة معينة من وحدات الزمن او المكان الذي تسير فيه قيم الظاهرتين قيد البحث يتم تمثيلها بيانياً كأفضل بديل مناسب باستخدام هذه الطريقة، والمثال الآتي يوضح كيفية انجاز هذه الطريقة .

مثال (10): الجدول الآتي يوضح معدلات المواليد الخام ومعدلات الوفيات الخام (بالألف) لبلد ما خلال السنوات (1980-1989) .

جدول (1-12)
معدلات الوفيات والمواليد الخام (بالألف) لبلد ما خلال السنوات (1980-1989)

معدل الوفيات الخام	معدل المواليد الخام	السنة

1980	50.1	38.2
1981	52.8	35.3
1982	50.7	30.6
1983	50.1	28.3
1984	47.8	27.2
1985	47.2	25.6
1986	51.6	23.6
1987	51.0	21.2
1988	52.0	22.2
1989	43.2	19.3

المصدر: (فرضي)

يتضح ان الفرق بين المقيم المتناظرة لكلا الظاهرتين والذي يتمثل بالمساحة المظللة للشكل (1-3) معنى واضح، وهو يمثل الزيادة الطبيعية للسكان .



الشكل (1-3)

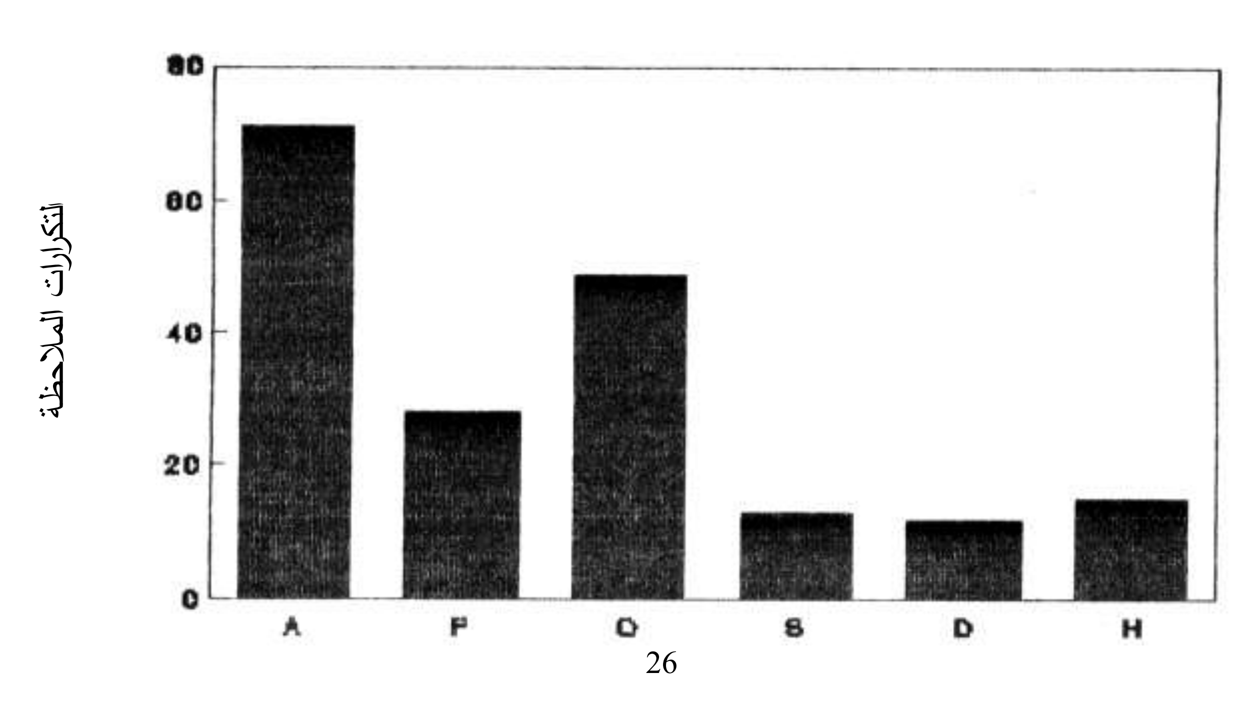
الزيادة الطبيعية للسكان في بلد ما خلال السنوات (1980-1989)

ج- طريقة المستطيلات او الأعمدة البيانية: Bar-Charts

تستخدم هذه الطريقة لتوضيح التغيرات التي تطرأ على قيم المستويات النوعية المختلفة للصفات التي تتمثل بها الظاهرة المبحوثة، حيث تم رسم مستطيل عمودي على كل مستوي يتناسب ارتفاعه مع القيمة المقابلة لذلك المستوي. كما تستخدم هذه الطريقة في حالة دراسة صفات ظاهرتين (او أكثر) ايضا .

مثال (11): من بيانات الجدول (1-1) الخاص بتحديد التكرارات الملاحظة لستة مستويات نوعية، المطلوب وصف بيانات الجدول المذكور بيانيا .

الحل: يتضح ان أفضل طريقة تستخدم لوصف التغيرات التي طرأت على قيم التكرارات الملاحظة المتمثلة بالسمات العصابية طبقا لاختبار (كراون-كرسب) هي طريقة المستطيلات او الأعمدة البيانية، والشكل (1-4) يوضح كيفية إجراء هذه الطريقة .



الشكل (1-4)

التكرارات الملاحظة لنتائج اختبار (كراون –كرسب) على عينة من طلبة احد المعاهد الطبية

ويمكن استخدام هذه الطريقة في حالة إجراء المقارنة ما بين مجموعتين (او أكثر) من قيم التكرارات الملاحظة المتمثلة بالبيانات النوعية او الوصفية .

مثال (12): أجرى بحث حول تقدير الاستخدام الأمثل لمحاليل الأصباغ النسيجية ومدى علاقتا بدرجة وضوح النسيج المستخدم، والبيانات الآتية تمثل النسب المئوية لمستويات درجة ونوع المقاطع النسيجية باستخدام نوعين مختلفين من الأصباغ .

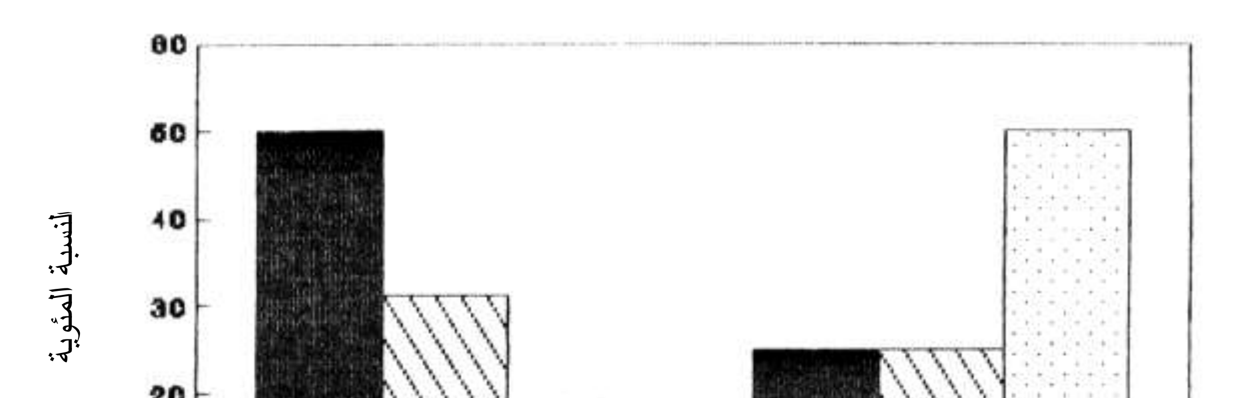
جدول (1-13)

النسب المئوية لمستويات درجة وضوح المقاطع النسيجية باستخدام نوعين مختلفين من الأصباغ النسيجية

مستوى الوضوح/نوع الصبغة	النسبة المئوية		
	جيدة	متوسطة	رديئة
(الروتينية)	50.0	31.25	18.75
(الخاصة)	25.0	25.0	50.0
المجموع	37.5	28.13	34.37

المصدر: (فرضي) .

ولعرض هذه البيانات بيانيا، فأن طريقة الأشرطة او المستطيلات تكون من بين الطرائق الملائمة لهذا الغرض. والشكل البياني (1-5) بين كيفية اجراء هذه الطريقة .



الشكل (1-5)

النسب المئوية لمستويات درجة وضوح المقاطع النسيجية (للكبد) باستخدام نوعين مختلفين من الأصباغ النسيجية

ومن الممكن ان نضع المستطيلات او الأعمدة عن كل مستوى من مستويات أنواع الأصباغ بعضها فوق بعض، ويفضل استخدام هذا الأسلوب في الحالات التي تكون به البيانات المبحوثة عبارة عن جملة مفصلة الى أجزائها، ولكن عموماً يبقى الأسلوب الموضح في المثال السابق أكثر استخداماً .

د. الرسوم الدائرية: Pie Charts

تستخدم هذه الطريقة لتوضيح اختلاف الأجزاء الفرعية بعضها ببعض لجملة مفصلة من البيانات، إذ تمثل الجملة العمومية بالمساحة الكلية للدائرة، ويتم تقسيم هذه المساحة الى قطاعات تتلاقى جميعها في المركز، بحيث تتناسب مساحات هذه القطاعات مع المقادير الجزئية التي تتكون منها تلك الجملة من البيانات .

ويتم تمييز القطاعات بعد تحديدها باستخدام التظليل او الألوان المناسبة، والمثال التالي يوضح كيفية تطبيق هذه الطريقة :

مثال (13): بلغ عدد الحالات المسجلة من المصابين بالأمراض الانتقالية المصنفة الى سبعة أمراض رئيسية (133.3) بالألف خلال عام (1970) في بلد ما، والجدول الآتي يبين توزيع تلك الأعداد حسب نوع المرض .

جدول (1-14)

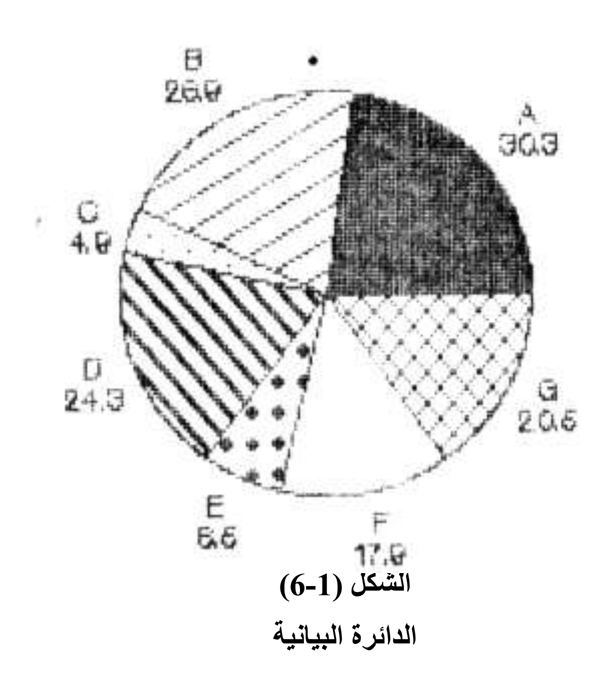
أعداد المصابين بالأمراض الانتقالية (بالألف) خلال عام (1970) في بلد ما مصنفة الى سبعة أمراض رئيسية

نوع المرض	A	B	C	D	E	F	G	المجموع (بالألف)
أعداد المصابين	*30.3*	*26.9*	*4.9*	*24.3*	*0.5*	*17.9*	*20.5*	*133.3*

المصدر: (فرضي)

ولعرض هذه البيانات باستخدام الخريطة التوضيحية الدائرية، نستخدم الجملة العمومية (133.3) إلف مصاب لتقابل مجموع درجات قوس الدائرة، أي (°360) وبهذا فان (1%) من مساحة الدائرة يمثله قطاع زاوية مركزية مساويا لـ (° 3.6) .

وعليه يمكن تمثيل أجزاء الجملة العمومية لقطاعات مساحة كل منها عبارة عن النسبة المئوية لهذه الأجزاء بالنسبة الى المجموع الكلي وبهذا فان عدد المصابين بنوع المرض (A) يقابلها قوس المقدار $(30.3)(\frac{360}{133.3}) = 82°$ **بينما أنواع الأمراض G, F, E. D, O, B يقابلها قوس المقادير ,°55 °73 ,°13 ,°66 ,°23 ,°48 على التوالي، وباستخدام المنقلة فأن خطوط التقسيم والتي تبدأ من نقطة لا على التعيين على قوس الدائرة يمكن رسمها كما هي موضحة بالشكل (1-6) .**



الشكل (1-6)

الدائرة البيانية

ويمكننا تطبيق نفس الإجراءات المستخدمة في الرسوم الدائرية مع استبدال قيمة مجموع درجات قوس الدائرة بطول مناسب يمثل قاعدة مستطيل للحصول على ما يعرف بطريقة المستطيل البياني او تقسم قاعدته الى مستطيلات جزئية تؤلف بمجملها المستطيل البياني ككل وتكون متساوية في الارتفاع ومختلفة في طول القاعدة .

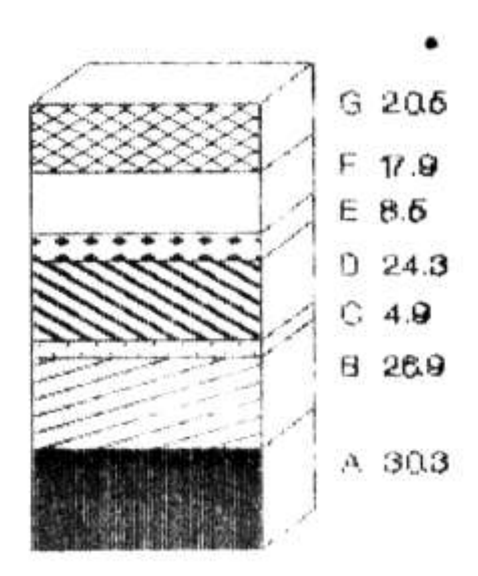
كما يستخرج طول القاعدة الجزئية لجزء معين من البيانات بموجب تطبيق الصيغة الآتية:

طول القاعدة الجزئية= طول قاعدة المستطيل البياني $\times$ **البيانات الجزئية** / **مجموع البيانات**

وبهذا فأن عدد المصابين بنوع المرض (A) يقابلها طول قاعدة مستطيل جزئية تساوي

$22.7 = \left(\frac{100}{133.3}\right) 30.3$ ، بينما أنواع الأمراض الأخرى G, F, E, D, C, B تقابلها أطوال

المقادير 20.2, 3.7, 18.2, 6.4, 13.4, 15.4 على التوالي وباستخدام المسطرة المدرجة بـ (100) وحدة على مقياس معين لنبدأ من نقطة الصفر لتعيين قاعدة المستطيل الجزئي الأول واعتبار نهاية هذه القاعدة صفرا للبدء بتحديد قاعدة المستطيل الجزئي الثانية وهكذا حتى الانتهاء من قاعدة المستطيل الجزئي الأخيرة وكما هي موضحة بالشكل (1-7) .



الشكل (1-7)

المستطيل البياني المدرج

هـ. الرسوم التصويرية: Picturial Statistics

والتي تدعى في بعض الأحيان بالخرائط او المخططات المصورة وقد جاءت هذه التسمية بسبب استخدام الرموز او الصور التعبيرية التي لها دلالة او صلة بموضوع البيانات المبحوثة .

كما يستدعي الأمر عن استخدام هذه الطريقة كتابة دليل الرسم الذي يوضح العدد الذي تمثله وحدة الرسم المستخدمة، كذلك فان وحدة الرسم التصويرية يمكن رسم أجزاء منها للتعبير عن العدد الذي يقل عن العدد الذي تمثله الوحدة الواحدة المستخدمة في الرسم وبما يتناسب وقيمة ذلك الجزء .

وتعتبر هذه الطريقة من الطرائق المشوقة والتي لها مقدرة كبيرة على الابتكار والإبداع من قبل القائمين بها، حيث يمكن ان توجه (على وجه عام) لأوسع عدد ممكن من أفراد المجتمع وذلك بالمقارنة ببقية الطرائق الأخرى .

مثال (14): الجدول الآتي يتضمن عدد الأطباء الموزعين على كافة المحافظات في بلد ما خلال فترة زمنية معينة مرتبة تصاعديا .

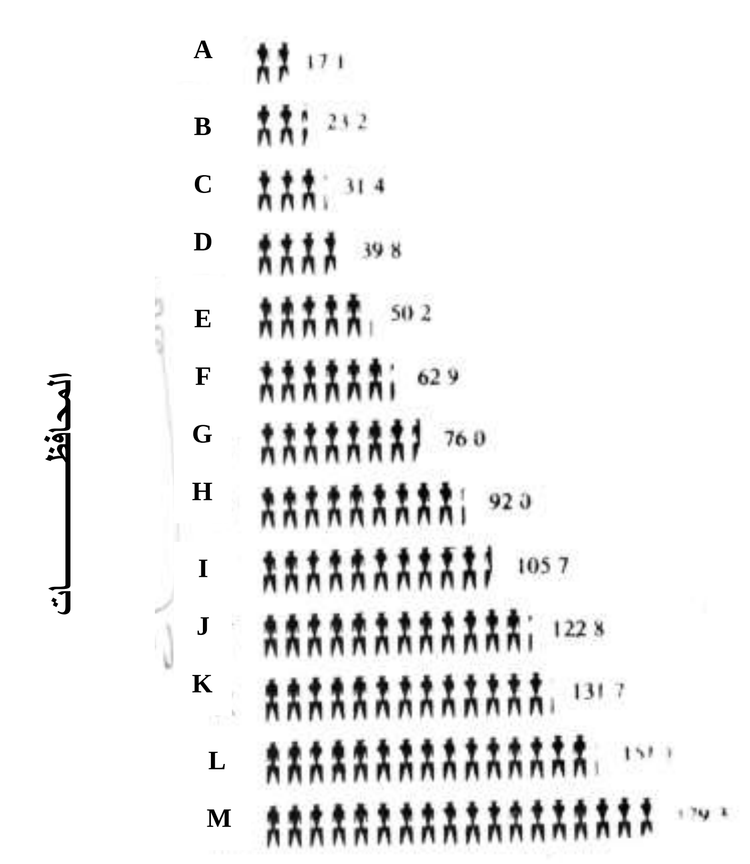
جدول (1-15)

أعداد الأطباء موزعين على كافة المحافظات في بلد ما خلال فترة زمنية معينة

المحافظة	A	B	C	D		E	F
عدد الأطباء	171	232	314	398		502	629
المحافظة	G	H	I	J	K	L	M
عدد الأطباء	760	920	1057	1228	1317	1511	1793

المصدر: (فرضي)

ولعرض هذه البيانات باستخدام طريقة الرسوم التصويرية، فتعطى لكل (100) طبيب صورة لشخص واحد، وعليه يتم وضع داخل حدود كل محافظة من المحافظات عدداً من الأشخاص يعادل عدد الأطباء فيها والشكل (1-8) الخاص بالرسم يوضح لنا ذلك .



الشكل (1-8)

أعداد الأطباء الموزعين على كافة المحافظات خلال فترة زمنية معينة

(يمثل كل شكل 100 طبيب)

الأرقام على يمين الرسوم في الرسم التصويري أعلاه يمكن إدراجها او عدم إدراجها وعند حذفها فأنه يبقى من الممكن للقارئ تقدير عدد الأطباء الى اقرب مائة طبيب .

و. تمثيل التوزيعات التكرارية بيانيا:

Graphic Presentation of Frequency Distributions

تطرقنا في بداية الحديث عن الرسوم البيانية على انها تصنف الى أساليب وطرق مختلفة، وذلك تبعا لطبيعة البيانات الإحصائية وكذلك الغرض او الهدف المطلوب تحقيقه من خلال عرضها، ونحن بصدد عرض التوزيعات التكرارية بيانياً، فأنه يمكن القول ان للتوزيعات التكرارية طرائق وأساليب خاصة وهي :

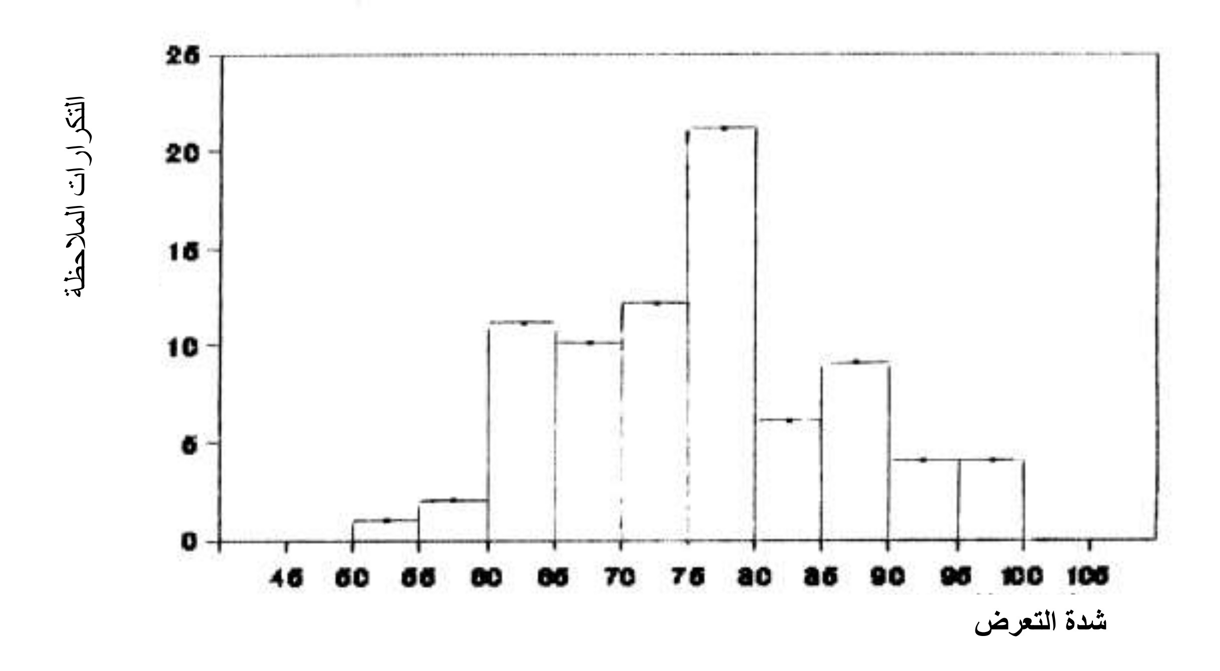
أولا. المدرج التكراري : Frequency Histogram

هو عبارة عن شكل بياني يتألف من أعمدة رأسية (مستطيلات) تتناسب مساحتها مع تكرارات الفئات، وفي حالة الفئات المتساوية بالطول فأن الفئات التي تتمثل على المحور الأفقي عادة تتساوى فيها قواعد المستطيلات المتجاورة المرسومة على ذلك المحور، في حين تمثل ارتفاعها على المحور العمودي ربما يتناسب ايضا وتكرار كل منها. ولرسم المدرج التكراري نبدأ برسم المحورين المتعامدين، ثم يأخذ على المحور الرأسي مقياس رسم يتناسب والتكرارات موضوع البحث، ثم نقيم على طول كل منه (على المحور الأفقي) مستطيلا يكون ارتفاعه متناسبا مع تكرار كل فئة من فئات التوزيع التكراري، ولإيضاح هذه الطريقة نذكر المثال الآتي :

مثال (15): بالرجوع الى بيانات الجدول (1-4) الخاصة بالمثال (4) انشأ المدرج التكراري .

الحل: لعرض بيانات الجدول (1-4) باستخدام طريقة المدرج التكراري فأن الشكل (1-9) يوضح ذلك ويلاحظ ان مراكز المستطيلات قد عينت عند مراكز الفئات، حيث ان :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{(الحد الأعلى + الحد الأدنى للفئة)}}{2} \qquad (1)$$



الشكل (1-9) : المدرج التكراري

ويلاحظ ان مجموع ارتفاعات المستطيلات يساوي مجموع التكرارات كلها .

أما إذا كانت الفئات غير متساوية الطول، فأنه لا بد من تعديل التكرارات بحيث تتناسب ارتفاعات المستطيلات مع التكرارات المعدلة وتتناسب مساحة هذه المستطيلات مع التكرارات الأصلية ويتم ذلك بقسمة التكرار الأصلي على طول الفئة، حيث أن :

مساحة المستطيل= قاعدة المستطيل × ارتفاعه = التكرار الأصلي (المناظر) (2)

أي ان:

$$\frac{\text{التكرار الأصلي}}{\text{قاعدة المستطيل}} \times \text{(أصغر طول قاعدة)} \qquad (3)$$

ارتفاع المستطيل=

(المعدل)

أو التكرار المعدل = $\frac{\text{التكرار الأصلي}}{\text{طول الفئة}}$ × (أصغر طول فئة) (4)

لذلك عند رسم المدرج التكراري ذي الفئات غير المتساوية ينبغي ان تتناسب ارتفاعات المدرجات (المستطيلات) مع التكرارات المعدلة .

كما تسري هذه الإجراءات ايضا عند رسم المضلع او المنحنى التكراري ذي الفئات غير المتساوية الطول .

مثال (16): من خلال البيانات الموضحة بالجدول (1-5)، إذا تم دمج الفئتين الأخيرتين لتصبح فئة واحدة حدودها هي (40-49) وتكرارها هو (10)، فانه لعرض البيانات بعد عملية الدمج هذه باستخدام طريقة المدرج التكراري لابد من إيجاد التكرارات المعدلة أولا، حيث افترضنا طول قاعدة المدرج عند اصغر طول فئة هو وحدة قياس واحدة والجدول (1-16) يبين قاعدة عملية التعديل .

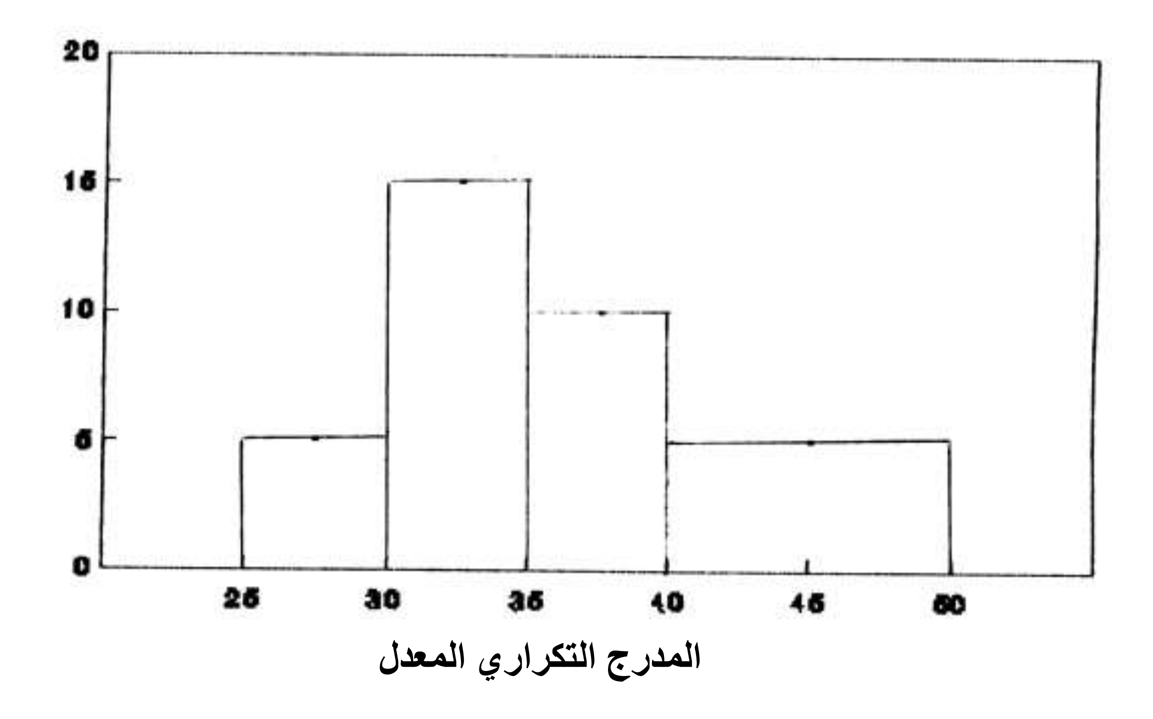
جدول (1-16)

التوزيع التكراري للتكرارات الأصلية المعدلة لجدول التوزيع التكراري (1-3)

التكرار المعدل	التكرار الأصلي	حدود الفئات
5	*5*	*25–*
15	*15*	*30–*
10	*10*	*35–*
5	*10*	*40–49*
–	*40*	المجموع

الأن يمكن تنفيذ الخطوات اللازمة لرسم المدرج التكراري وذلك اعتمادا على التكرارات المعدلة في تحديد أطوال المدرجات (المستطيلات)، والشكل البياني (1-10) يوضح خطوات اجراء هذه الطريقة في حالة عدم تساوي أطوال الفئات لجداول التوزيعات التكرارية .

الشكل (1-10)



المدرج التكراري المعدل

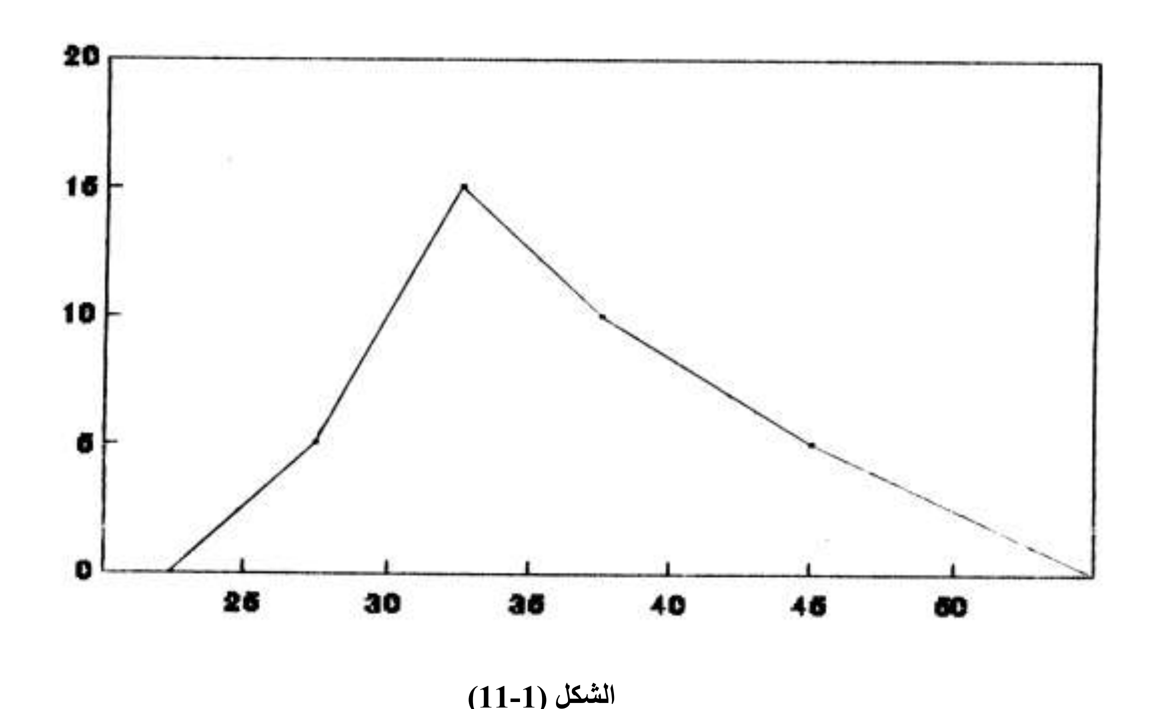
ثانيا. المضلع التكراري: Frequency-Polygon

تستخدم هذه الطريقة بشكل خاص عند اجراء المقارنة بين توزيعين تكراريين (او أكثر)، حيث يصعب اجراء الطريقة السابقة وذلك برسم المدرجين التكراريين على نفس المحور وذلك نتيجة لتداخل المستطيلات او التمييز بين التوزيعين .

ولعرض البيانات المبوبة في جدول التوزيع التكراري بموجب هذه الطريقة فأننا نقوم بتقسيم المحورين المتعامدين بنفس الأسلوب المتبع عند تقسيم المحورين باستخدام المدرج التكراري، وبعد تحديد مراكز الفئات على المحور الأول نقوم برصد القيم على المحور الثاني والمتمثلة بالتكرارات المسجلة في الجدول والمناظرة لكل مركز فئة على التوالي وبعد تحديد النقاط يتم إيصالها بمستقيمات تبدأ من نقطة على المحور الأفقي تبتعد بنصف طول الفئة الأولى عن الحد الأدنى لها وتنتهي بنصف طول الفئة الأخيرة عن الحد الأعلى لها، وبهذا نحصل على مضلع تكراري مقفل مع المحور الأفقي. ومما يتحقق من هذا الإجراء تساوي المساحة المحصورة تحت المضلع التكراري والمساحة المحصورة تحت المدرج التكراري. هذا ويمكن رسم المضلع التكراري في المدرج التكراري وذلك بأخذ منتصفات القواعد العليا للمستطيلات في المدرج التكراري ومن ثم نصلها بمستقيمات فنحصل على المضلع التكراري .

مثال (17): من بيانات الجدول التكراري (1-16) الخاص بالمثال السابق ارسم المضلع التكراري .

الحل: يتضح انه في حالة وجود فئات غير متساوية الطول، نلجأ الى إيجاد عمود التكرارات المعدلة، كما هو مبين في الجدول المذكور، ومن ثم نقوم بالإجراءات المطلوبة لرسم المضلع، والشكل البياني (1-11) يوضح كيفية تنفيذ هذه الطريقة .



الشكل (1-11)

المضلع التكراري

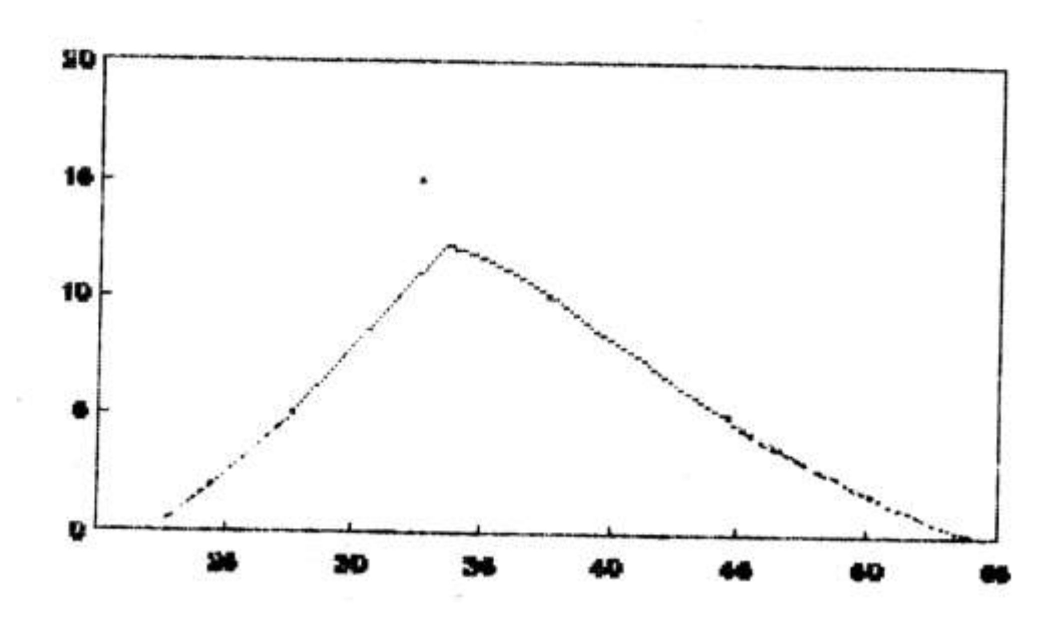
ثالثا: المنحنى التكراري: Frequency Curve

تعتبر هذه الطريقة من الطرائق الشائعة الاستخدام قياسا بالطرائق الأخرى، حيث يعبر المنحنى التكراري عن حالة الشمول (او النظام) الذي يمكن ان تسير عليه الظاهرة المدروسة، كما يفضل استخدام المنحنى التكراري في حالة إجراء المقارنات بين ظاهرتين (او أكثر) .

ولتنفيذ هذه الطريقة يلزم علينا تحديد نقط المضلع التكراري كخطوة أولى ومن ثم نمهد منحنى غير منكسر لا يشترط به ان يمر بجميع تلك النقط، إنما يكون المنحنى الوحيد (Unique Curve) الذي يمثل أفضل مجال للتعبير عن كافة النقط المحدودة، وعليه فأن تحديد هذا المنحنى يعتمد على المهارة الشخصية، ومن جانب اخر فان المساحة الواقعة تحت المنحنى والمحور الأفقي (محور الفئات) قد لا تساوي مساحة المدرج التكراري الخاص بالظاهرة المدروسة بالضبط .

مثال (18): من بيانات الجدول التكراري (1-16) الخاص بالمثال (16) ارسم المنحني التكراري.

الحل: بعد تحديد النقط الخاصة بالمضلع التكراري، يكون الخط الممهد المبين بالشكل (1-12) ممثلا للمنحنى التكراري .



الشكل (1-12)

المنحنى التكراري

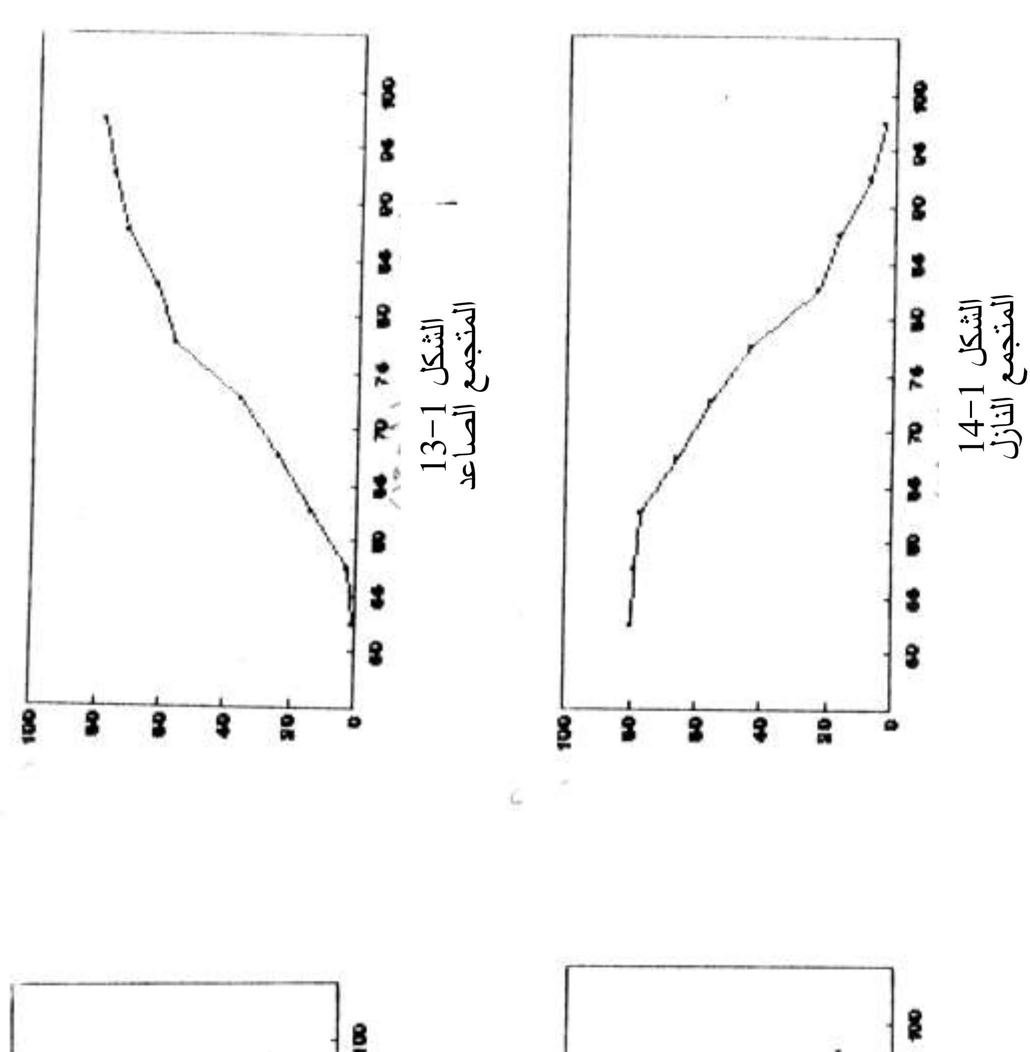
والجدير بالملاحظة ان نذكر ان للمنحنى التكراري والمساحة الواقعة بينه وبين المحور الأفقي أهمية كبيرة في دراسة الإحصاء .

هذا وبنفس الطريقة التي أنجزنا بها الخط المنحنى الممهد لتمثيل التوزيع التكراري البياني نستطيع ايضا تمثيل التوزيع التكراري التجميعي (الصاعد او النازل) والتوزيع التكراري النسبي والمئوي وذلك بالاستعاضة عن قيم التكراري الأصلية بالتكرارات التجميعية والنسبية والمئوية على التوالي، والمثال الآتي يوضح كيفية تنفيذ ذلك .

مثال (19): من بيانات الجدول (1-4) الخاصة بالمثال (1-4)، المطلوب تمثيل المنحنى التجميعي (الصاعد والنازل) والمحنى التكراري النسبي والمئوي بيانيا.

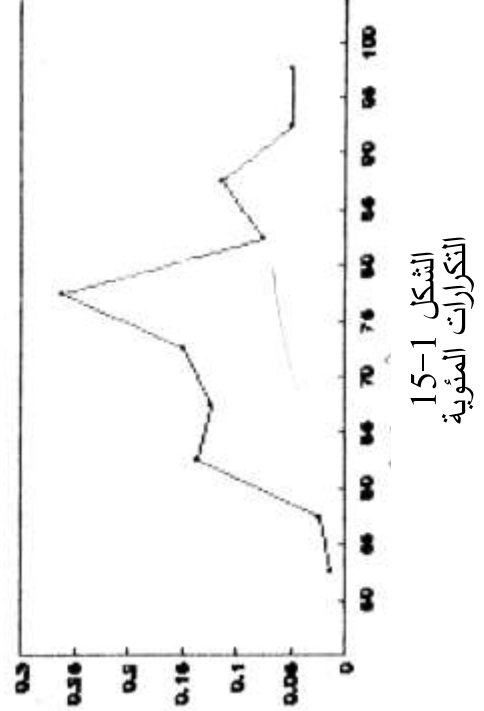
الحل: **لغرض تمثيل بيانات الجدول (-4) من خلال الرسوم البيانية لمنحنيات المتجمع الصاعد والمتجمع النازل والمنحنى التكراري النسبي والمئوي، لا بد من إيجاد تكراراتها كخطوة أولى كي نتمكن من وصفها وصفا بيانيا، حيث يمكن الحصول عليها بالرجوع الى الجداول (1-6) ، (1-7) ، (1-8) ، (1-9) على الترتيب .**

والأشكال البيانية (1-13)، (1-14)، (1-15)، (1-16) توضح طريقة الوصف البياني لتلك المنحنيات .

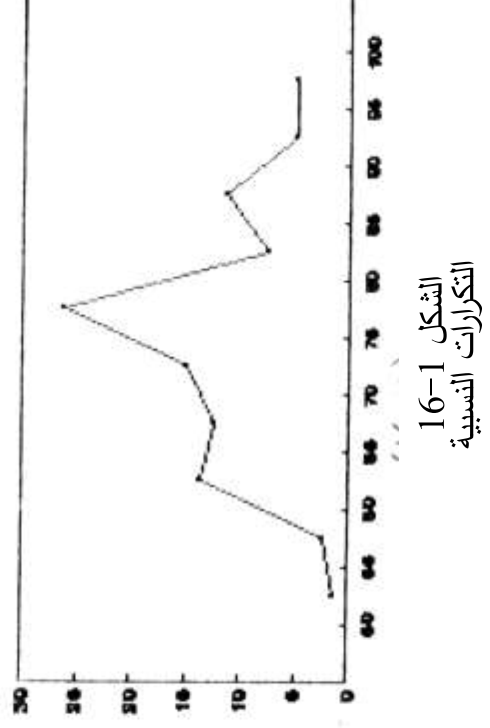


الشكل 1-13 المتجمع الصاعد

الشكل 1-14 المتجمع النازل



الشكل 1-15 التكرارات المئوية



الشكل 1-16 التكرارات النسبية



تمارين

(1) حدد أصناف المتغيرات الآتية حسب استخداماتها :

(أ) عدد الأشخاص المصابين بمرض معين.

(ب) قراءات درجات الحرارة لعدد معين من الأشخاص.

(ج) قراءات ضغط الدم الواطئ والعالي مصنفة حسب العمر لعدد من الأشخاص.

(د) عدد حالات الوفاة لحديثي الولادة خلال احد الأعوام مصنفة حسب السبب.

(هـ) قراءات دراسة العلاقة ما بين نسبة الدهن بالدم ومساحة السطح البشري لمجموعة من المصابين بارتفاع نسبة الدهن بالدم.

(2) صمم استمارة استبيان لغرض جمع بيانات عن دراسة تحددها ضمن مجال تخصصك .

(3) البيانات الآتية تمثل نسبة احد الإنزيمات بالدم لـ (50) شخص من المصابين بمرض معين :

45	*43*	*42*	*29*	*32*
24	*44*	*48*	*27*	*33*
48	*24*	*46*	*23*	*23*
49	*25*	*37*	*48*	*41*
46	*35*	*39*	*47*	*43*
36	*36*	*41*	*33*	*48*
41	*44*	*26*	*36*	*46*
43	*47*	*28*	*22*	*34*
32	*48*	*33*	*39*	*24*
38	*38*	*23*	*44*	*46*

(أ) ضع هذه البيانات في توزيع تكراري ذي (6) فئات متساوية.

(ب) ارسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

(ج) اوجد التكرار النسبي لهذا التوزيع وأرسم مضلعة التكراري.

(د)اوجد التكرار المتجمع لهذا التوزيع وارسم مضلعة التكراري الصاعد والنازل.

(4) البيانات الآتية تمثل معدلات (25) شخص في اختبار القدرة على اكتساب المهارة بموجب مقياس معين بعد اجتيازهم لبرنامج تدريبي معين .

98.5	77.2	63.2	60.0	69.8
82.7	86.1	60.0	63.2	89.1
65.3	73.0	84.1	84.1	61.3
87.2	66.6	92.0	92.0	78.0
90.0	69.1	72.2	72.2	61.3

(أ) ضع هذه البيانات في توزيع تكراري ذي (5) فئات متساوية.

(ب) أرسم المدرج التكراري.

(ج) ارسم المضلع التكراري المئوي.

(5) الجدول الآتي يظهر معدلات الوفيات الخام لبلدين (A, B) خلال الفترة (1970-1980) بالألف .

السنة		1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1987	1979	1980
معدلات الوفيات بالألف		28.1	29.2	25.3	21.4	20.0	22.1	19.9	19.1	17.5	19.1	17.3
		10.0	11.3	9.7	9.1	8.8	9.1	8.3	8.0	7.6	8.3	7.1

(أ) ارسم الشريط او الحزمة البيانية .

(ب) ارسم المستطيلات او الأعمدة البيانية .

(2-1) المقاييس الوصفية الحسابية
The Measures of Arithmetical Description

المقدمة : Introduction

رأينا في القسم السابق، ان الهدف الرئيسي لتبويب البيانات من خلال وضعها في جداول إحصائية واجراء الرسوم البيانية المناسبة لها كان بهدف تلخيص البيانات المبحوثة بغية تحديد شكل وطبيعة توزيعها والتي تعتبر بمجملها معلومات وصفية ذات طبيعة هندسية .

وعلى الرغم من ان طبيعة المسألة الإحصائية هي التي تحدد –أكثر من غيرها – ما إذا كانت بعض خواص معنية كافية لوصف المسألة وصفا مرضيا فأنه من الممكن الحصول على معلومات أدق او أكثر فائدة لدراسة التوزيع، وذلك من خلال البحث عن وسائل إحصائية وصفية أخرى ذات طبيعة حسابية او عددية. هذا وهناك أنواع مختلفة وعديدة من هذه المقاييس التي يمكن ان تحقق من خلال استخدام أحدها (أو أكثر) وصفا حسابيا دقيقاً لتوزيع البيانات .

وعموماً فان هذه المقاييس تهدف الى تحديد قيم تقديرية لبعض ثوابت توزيع المجتمع وتقسم الى ثلاث مجموعات :

(أ) مقاييس التوسط او النزعة المركزية.

(ب) مقاييس الاختلاف او التشتت.

(ج) مقاييس الالتواء والتفرطح.

والجدير بالملاحظة، التأكيد هنا ان هذه المقاييس لا تحل مطلقا محل البيانات التفصيلية ولكنها تلخص او تصف بعض الجوانب الأساسية المتعلقة بتوزيعها وهي لاتقل اهمية عن البيانات ذاتها .

وفي البنود القادمة سنناقش هذه المقاييس وبشيء من التفصيل مع استخدامنا للأمثلة التوضيحية عند كل مقياس من تلك المقاييس. وهي لا تقل اهمية عن البيانات التفصيلية ذاتها .

1.المدى: (Range)

تعريف (10): يعرف المدى لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة.

فإذا تم ترتيب مجموعة من القيم (x_n, ... ,x_1) ترتيبا تصاعديا فإن المدى يعطى بالصيغة الأتية :

$$\text{Range} = x_n - x_1 \quad (1)$$

مثال (1): إذا كان لدينا القيم (30, 33, 35, 38, 40) فان المدى هو: 10= 30-40= Range

وبذلك فان قيم هذه المجموعة تتشتت في مدى قدره من 30 الى 40 أي 10، بينما نجد ان المدى لقيم مجموعة ثانية 25, 29, 31, 45، أي ان قيم هذه المجموعة تتشتت في مدى قدره 20=25-45 =Range من 25 الى 45 أي 20 ، وعلى هذه الأساس نعتبر المجموعة الثانية أكثر تشتتاً من المجموعة الأولى ، أي بمعنى ان قيم المجموعة الثانية أكثر تبعثرا من قيم المجموعة الأولى .

تعريف (11): يعرف المدى في البيانات المبوبة (التوزيع التكراري) بأنه الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليا والحد الأدنى للفئة الدنيا .

وبذلك فان المدى لا يعتمد على جميع البيانات، بل على اكبر واصغر قيمة فقط، الأمر الذي يقلل ذلك من اهمية استخدامه في حالة كون احدى وكلا القيمتين المتطرفتين (اكبر قيمة واصغر قيمة) شاذة ففي هذه الحالة يكون المدى كبيراً بينما نجد ان باقي مفردات البيانات ليست متباعدة عن بعضها البعض . كما ان المدى في اغلب الأحيان تتأثر قيمته وفقا لحجم العينة المأخوذة فيزداد بازدياد مفرداتها ، ولذلك لا يعتمد عليه لتقدير مقدار التغيير في المجتمع ، إذ ان قيمته تتوقف على حجم العينة المختارة. وتعبيرا عن ما تقدم فان المدى يعتبر تقديرا متحيزا لقياس تشتت مفردات المجتمع. ويمكن تصحيح ذلك التحيز من خلال ضرب قيمته بمعامل يتوقف على حجم العينة .

ورغم كل تلك المأخذ فان هناك بعض الحالات التي يستخدم فيها المدى وخاصة في خرائط ضبط جودة المواصفات .

كما يمكن لنا التخلص من العيب الذي يشوب المدى- وهو تأثره بالقيم الشاذة – وذلك باستخدام مقاييس أخرى تعبر عن تحسين لقيمته تدعى بشبيهات المدى .

2.نصف المدى الربيعي والمقاييس المماثلة:

Quartile Deviation and Similar Measures– Semi

تعريف (12): **يعرف نصف المدى الربيعي (S.Q.R) لمجموعة من القيم (المبوبة وغير المبوبة) بنصف الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى ويعطى بالصيغة الأتية :**

$$S.Q.R = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \qquad (2)$$

أي ان: (Q1) تشير الى الربيع الأول (الأدنى) وهو القيمة التي يسبقها (1/4) البيانات ويتبعها (3/4) من البيانات، وعلى فرض ان القيم مرتبة ترتيبا تصاعديا، هذه في حالة البيانات الغير مبوبة، أما في حالة البيانات المبوبة فتستخرج تلك القيمة بموجب الصيغة الآتية :

$$Q_1 = q_1 + (\frac{\frac{n}{4} - (\sum f)_{q1}}{f_{q_1}} C_{q1} \qquad (2\text{-}1)$$

حيث: (q_1): الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى .

$(\sum f)_{q1}$: مجموع التكرارات لجميع الفئات قبل فئة الربيع الأدنى .

(fq_1): تكرار فئة الربيع الأدنى .

(cq_1): طول فئة الربيع الأدنى .

وان: (Q_3) تشير الى الربيع الثالث (الأعلى)، وهو القيمة التي يسبقها (3/4) من البيانات ويتبعها (1/4) والبيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا او تنازليا، وتستخرج تلك القيمة في حالة البيانات المبوبة بموجب الصيغة التالية :

$$Q_3 = q_3 + (\frac{\frac{3n}{4} - (\sum f_3)_q}{f_{q_3}} C_{q3} \qquad (2.2)$$

حيث: (q_3): الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى.

$(\sum f)q_3$: مجموع التكرارات لجميع الفئات قبل فئة الربيع الأعلى.

(fq_3): تكرار فئة الربيع الأعلى.

(cq_3). طول فئة الربيع الأعلى.

ويستخدم المدى الربيعي $(Q_3\text{-}Q_1)$ في بعض الأحيان بدلا من نصف المدى الربيعي كمقياس شائع للتشتت. ويعتبر هذا المقياس سهلا من حيث العمليات الحسابية والتطبيق، كما انه لا يتأثر بالقيم الشاذة (الكبيرة او الصغيرة) ولذلك يفضل استخدامه في حالة احتواء مجموعة البيانات على قيم شاذة وكذلك في التوزيعات التكرارية المفتوحة الطرف. أما في الحالة التي نجد ان هذا المقياس يبالغ في إهمال القيم في طرفي التوزيع فأننا نلجأ الى استخدام نصف المدى العشيري او نصف المدى المئيني .

تعريف (13): **يعرف المدى العشيري (S.D.R) لمجموعة من القيم (المبوبة وغير المبوبة) بنصف الفارق بين العشيرين الأعلى والأدنى، ويعطى الصيغة التالية :**

$$S.D.R. = \frac{D_9 - D_1}{2} \quad (3)$$

أي ان : (D_1) تشير الى العشير الأول (الأدنى) ، وهو القيمة التي يسبقها (1/10) من البيانات ويتبعها (9/10) من البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا او تنازليا. وتستخرج تلث القيمة في حالة البيانات المبوبة بموجب الصيغة التالية :

$$D_1 = d_1 + (\frac{\frac{n}{10} - (\sum f)_{d1}}{f_{d1}} c_{d1} \quad (3-1)$$

حيث أن :-

(d_1) : الحد الأدنى لفئة العشير الأدنى .

($\sum fd_1$) : مجموع التكرارات لجميع الفئات قبل فئة العشير الأدنى.

(fd_1) : تكرار فئة العشير الأدنى .

(cd_1) : طول فئة العشير الأدنى .

وان (D_9) تشير الى العشير التاسع (الأعلى) وهو القيمة التي يسبقها (9/10) من البيانات ويتبعها (10/ 1) من البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا او تنازليا، وتستخرج تلك القيمة في حالة البيانات المبوبة بموجب الصيغة :

$$D_9 = d_9 + (\frac{\frac{9n}{10} - (\sum f)_{d9}}{f_{d9}} c_{d9} \quad (3-2)$$

حيث أن :-

(d_9) : الحد الأدنى لفئة العشير الأعلى .

($\sum fd_9$) : مجموع التكرارات لجميع الفئات قبل فئة العشير الأعلى .

(fd_9) : تكرار فئة العشير الأعلى.

(cd_9) : طول فئة العشير الأعلى.

تعريف (14): **يعرف نصف المدى المئيني (S.P.R) لمجموعة من القيم (المجمعة وغير المجمعة) بنصف الفرق بين المئينين الأعلى والأدنى، ويعطى بالصيغة الآتية :**

$$S.P.R = \frac{P_{99} - P_1}{2} \quad (4)$$

حيث تم احتساب قيمتي المئينين الأدنى (P_1) والأعلى (P_{99}) وعلى غرار ما تقدم عند احتسابنا لقيم الربيعين الأدنى والأعلى او العشيرين الأدنى والأعلى ايضا.

مثال (3): **أحسب مقياس المدى ونصف المدى الربيعي ونصف المدى العشيري ونصف المدى المئيني للتوزيع التكراري لاوزان (كغم) (3000) شخصا من الذكور كما مبين في الجدول (1-23) .**

الجدول (1-23)

فئات الوزن (كغم) x	التكرار f
25–34	3
35–44	12
45–54	92
55–64	670
65–74	1470
75–84	726
85–94	27
المجموع	3000

الحل: **نحسب جميع المقادير المطلوبة في الحل كما في الجدول (1-24)**

الجدول (1-24)

الفئات x	التكرار f	الفئات المتجمعة الصاعدة	التكرارات المتجمعة الصاعدة
25-34	3	اقل من 35	3
35-44	12	اقل من 45	15
45-54	92	اقل من 55	107
55-64	670	اقل من 65	777
65-74	1470	اقل من 75	2247
75-84	726	اقل من 85	2973
85-94	27	اقل من الحد الأعلى	3000

إيجاد المدى:

Range = 94-25 = 69

إيجاد نصف المدى الربيعي:

ترتيب الربيع الأول (Q_1)

$$\frac{3000}{4} = 750$$

$$Q_1 = 55 + \left(\frac{750-107}{670}\right) 10$$

$$=64.60$$

ترتيب الربيع الثالث (Q_3)

$$\frac{3(3000)}{4} = 2250$$

$$Q_3 = 75 + \left(\frac{2250-2247}{726}\right) 10$$

$$=75.04$$

$$S.Q.R = \frac{75.04-64.60}{2} = 5.22$$

إيجاد نصف المدى العشيري:

ترتيب العشير الأول هو :

$$\frac{3000}{10} = 300$$

$$D_1 = 55 + \left(\frac{300-107}{670}\right) 10 = 57.88$$

ترتيب العشير التاسع هو :

$$2700 = \frac{9(3000)}{10}$$

$$D_9 = 75 + \left(\frac{2700-2247}{726}\right)10$$

$$= 81.24$$

$$S.D.R. = \frac{81.24-57.88}{2} = 11.68$$

إيجاد المئين الأول هو :

$$30 = \frac{3000}{100}$$

$$P_1 = 45 + \left(\frac{30-15}{92}\right)10$$

$$= 46.63$$

ترتيب المئين التاسع والتسعون هو :

$$2980 = \frac{(99)(3000)}{100}$$

$$P_{99} = 75 + \left(\frac{2980-2247}{1470}\right)10 = 84.95$$

$$S.P.R = \frac{84.95-46.63}{2} = 19.16$$

1. الانحراف المتوسط: The Mean Deviation

تعريف (15) : الانحراف المتوسط (M.D) او متوسط الانحرافات لمجموعة من القيم $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ هو الوسط الحسابي لانحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي بغض النظر عن الإشارة، ويعطى بالصيغة الآتية :

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n} \qquad (5)$$

هذا وقد يكون من الأنسب استخدام التعبير، متوسط القيم المطلقة (Absolute Values) للانحرافات بدلا عن التعبير، الانحراف المتوسط حيث ان مجموع الانحرافات الموجبة عن الوسط الحسابي يساوي مجموع الانحرافات السالبة، ولذلك لا بد من حذف الإشارة السالبة لنحصل على مقياس ذا معنى .

مثال (4): اوجد متوسط الانحراف لمجموعة القيم (30, 33, 35, 37, 40) .

الحل: الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30+33+35+37+40}{5} = 35$$

الانحراف المتوسط :

$$M.D = \frac{|30-35|+|33-35|+|35-35|+|37-35|+40-35|}{5}$$

$$= \frac{|-5|+|-2|+|0|+2|+5|}{5} = \frac{5+2+0+2+5}{5} = 28$$

إما في حالة البيانات المبوبة (التوزيعات التكرارية) ، أي إذا كانت مراكز التوزيع التكراري $(x_1, x_2, \ldots x_r)$ تحدث بتكرارات $(f_1, f_2, \ldots f_r)$ على الترتيب ، فإن الانحراف المتوسط يكون وفق الصيغة الآتية :

$$M.D = \frac{\sum_{j=1}^{f} |x_j - \bar{x}|\, f_j}{\sum f_j} \qquad (6)$$

مثال (5): اوجد متوسط الانحرافات للتوزيع التكراري في الجدول (1-25) .

جدول (1-25)

مراكز الفئات x_j	15	25	35	45	55

التكرارات f_j	9	27	44	15	5

الحل : نحسب جميع المقادير المطلوبة في الحل كما في الجدول (1-26)

جدول (1-26)

Xj	fj	xjfj	$x_j-\bar{X}$	$\|x_j-\bar{X}\|$	$\|x_j-\bar{X}\|f_j$
15	9	135	-18	18	162
25	27	675	-8	8	216
35	44	1540	2	2	88
45	15	675	12	12	180
55	5	275	22	22	110
المجموع	100	3300	-	-	756

المتوسط الحسابي :

$$\bar{x}=\frac{3300}{100}=33$$

متوسط الانحراف :

$$M.D.=\frac{756}{100}=7.56$$

هذا وفي بعض الأحيان يعرف الانحراف المتوسط بدلالة القيم المطلقة للانحرافات عن الوسيط ، ويعطى بالصيغة الآتية :

$$M.D.=\frac{1}{n}\sum|x_i-Md| \qquad (7)$$

مما تقدم تبين لنا ان متوسط الانحرافات يعتمد على جميع مفردات المجموعة وعلى الرغم من سهولة طريقة حسابه والى كونه مقياسا للتشتت أكثر شمولا من أسلوب المدى وشبيهاته ، إلا ان أهم ما يأخذ عليه هو إهماله للإشارات الجبرية ، الأمر الذي يجعل منه مفهوما غير جبري وبالتالي فأنه قليل الأهمية ، خاصة في الأساليب الإحصائية الدقيقة ، وعموماً فأنه لا يستخدم إلا قليلا كمقياس للتشتت وقد تجده مستخدماً في الإحصاءات الاقتصادية .

المتوسطات ومقاييس النزعة المركزية :

Average & Measures of Central Tendency

ان أول المقاييس الإحصائية التي يجب ان نفكر بها لتحقيق وصف حسابي او عددي لتوزيع ما، هي مقاييس النزعة المركزية او مقاييس التوسط والتي من خلالها يمكن تعيين موقع التوزيع، فربما يكون هناك توزيعات متشابهة في طبيعتها او شكلها ولكنها تختلف في مواقعها، ففي مثل هذه الحالات تكون معرفة متوسطاتها ذات فائدة في دراسة الفرق بين هذه التوزيعات .

لذلك فالمتوسط هو القيمة النموذجية او الممثلة لمجموعة من البيانات وحيث ان هذه القيمة تتجه للوقوع مركزيا او بشكل مركزي ضمن مجموعة من البيانات المرتبة ترتيبا تنازليا او تصاعديا، فان المتوسطات تسمى كذلك بمقاييس النزعة المركزية، أي ان هناك نزعة للمفردات للتمركز حول قيمة معينة .

ويمكن ان نعرف صورا عديدة للمتوسطات وان كان الأكثر شيوعاً او استخداماً هو الوسط الحسابي او باختصار الوسط، الوسيط، المنوال، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي وجذر متوسط المربعات ، وكل منها له مميزاته وعيوبه وهذا يعتمد بالاساس على طبيعة البيانات والهدف من استخدامها.

1.الوسط الحسابي: Arithmetic Mean

الوسط الحسابي او الوسط لمجموعة مؤلفة من (n) من القيم التي يأخذها متغير ما مثل (X) بمعنى اخر هي $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

فان المتوسط لهذه المجموعة من القيم والذي يرمز إليه بالرمز ($\bar{x}$) ويقرأ "x bar" ويعرف بما يلي :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

وللاختصار في الكتابة نستعمل الحرف اليوناني (سيجما Σ) ونعني به هنا جمع الحدود التي بداخله، أي ان :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n$$

وبذلك يصبح تعريف الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (1)$$

مثال (1): **تشتمل البيانات الإحصائية الآتية اليوريا في الدم لـ (15) شخصاً .**

37, 43, 42, 46, 38, 48, 43, 37, 44, 38, 39, 37, 42, 38, 45 .

فإن الوسط الحسابي باستخدام الصيغة (1) هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = 41.13$$

تعريف (1): إذا كانت القيم $(x_1, x_2, ..., x_r)$ تحدث بتكرارات $(f_1, f_2, ..., f_r)$ مرة على الترتيب، فان الوسط الحسابي سيكون :

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + ... f_r x_r}{f_1 + f_2 + ... + f_r}$$

$$\textbf{(2)} \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{j=i}^{r} x_i f_j}{\sum_{j=i}^{r} x_i f_j}$$

حيث ان $(j=1,2,...r)$

مثال (2): استخدم الصيغة (2) للمشاهدات الخاصة بالمثال السابق لإيجاد الوسط الحسابي .

الحـل: يـتم تسـجيل المشـاهدات تصـاعديا، تفـرغ كمـا هـو مبـين فـي الجـدول (1−17) ، ولحسـاب الوسـط الحسـابي يكفـي جمـع كـل قيمـة بعـدد المـرات المسـاوية لحـدوثها ، فـمثلا تجمـع القيمـة $x1=37$ ثـلاث مـرات وهـذا يكـافئ ضـرب x_1 فـي f_1 ، وينطبـق نفـس التحليـل علـى المشـاهدات الأخـرى ، وعليـه ، يكـون مجمـوع كـل القياسـات فـي الجـدول هـو مجمـوع كـل حواصـل الضـرب التـي علـى غـرار $x1f1$ ، إذن فالوسط الحسابي لهذا الجدول ، والذي يرمز إليه بالرمز ($\bar{X}$)، يكون على الصورة الأتية :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{15} x_j f_j}{\sum_{J=1}^{15} f} = \frac{617}{15} = 41.13$$

الجدول (1−17)

X_jf_j	التكرار f_j	إفراغ البيانات	المشاهدة x_j
111	3	111	37
114	3	111	38
39	1	1	39
0	0	−	40
0	0	−	41
84	2	11	42
86	2	11	43
44	1	1	44
45	1	1	45
46	1	1	46
0	0	−	47
48	1	1	48
$\sum_j x_j f_j = 617$	n=15	−	المجموع

وتجدر الإشارة هنا الى انه تم الحصول على نفس الإجابة السابقة وذلك بوضع البيانات في توزيع تكراري للمشاهدات (بدون فئات). أما في الحالة التي لو وضعت بها المشاهدات في توزيع تكراري ذي فئات فإنه من الممكن ان تكون الإجابة مختلفة بعض الشيء ويلاحظ ذلك من خلال وضع المشاهدات المذكورة في المثال السابق في توزيع تكراري ذي فئات متساوية عددها (4) .

الحل: المدى للبيانات = اكبر قيمة – اصغر قيمة +1

= 48−37 +1

= 12

وبقسمة المدى على عدد الفئات بحيث يكون عدد الأرقام المعنوية لطول الفئة مساويا او يقل عن عدد الأرقام المعنوية المستعملة في البيانات

$$\frac{12}{4} = 3$$

وبإضافة طول الفئة الى كل حد نحصل على حدود الفئة الثانية والثالثة وهكذا كما هو مبين في الجدول (1−18) .

الجدول (1−18)

حدود الفئة	مركز الفئة x_j	التكرار
37-39	*38*	*7*
40-24	*41*	*2*
43-45	*44*	*4*
46-48	*47*	*2*
المجموع	-	*15*

ولحساب متوسط او وسط البيانات المبوبة باستخدام الصيغة (2) فأننا نحتاج لمراكز الفئات والتكرارات وعمود قيم (x_jf_j) كما هو مبين في الجدول (1-19) .

الجدول (1-19)

مركز الفئة	التكرار	x_jf_j
38	*7*	*266*
41	*2*	*82*
44	*4*	*176*
47	*2*	*94*
المجموع	*15*	*618*

فأن الوسط الحسابي سيكون:

$$\bar{x} = \frac{618}{15} = 41.2$$

ولا شك ان حساب الوسط الحسابي وفق ما هو مبين أعلاه يكون أسهل وأسرع خاصة في حالة وجود عدد كبير من المشاهدات، وكما ذكرنا سابقا فان جميع القيم التي تقع داخل فئة معينة تعتبر انها مطابقة لمركز الفئة او منتصف مدى الفئة ، لذلك فأن الخطأ الناتج في الإجابة يتوقف على طول الفئة .

الوسط الحسابي المرجح :

Weighted Arithmetic Mean

إذا كان المتغير x_i يأخذ القيم ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) وان كل قيمة من تلك القيم ترتبط بمعاملات ترجيح او أوزان هي ($w_1, w_2, \ldots\ldots w_n$) على الترتيب فان الوسط الحسابي لتلك القيم يستخرج وفق العلاقة الآتية :

$$\bar{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_{2+} .... + w_n x_n}{w_1 w_{2+} ..... + w_n}$$

أي ان :

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (3)$$

ويسمى الوسط الذي يستخرج وفق هذه الصيغة بالوسط الحسابي المرجح . لاحظ أوجه الشبه بالصيغة (2) التي يمكن اعتبارها وسطا حسابيا مرجحاً بأوزان هي ($f_1, f_2, ...f_n$) .

وتجدر الإشارة ايضا الى ان الوسط الحسابي المرجح يستخدم في إيجاد متوسط المعدلات (Average of Rates)، فمعدل الوفيات الخام لمجتمع ما عبارة عن الوسط الحسابي المرجح لمعدلات الوفيات العمرية لهذا المجتمع .

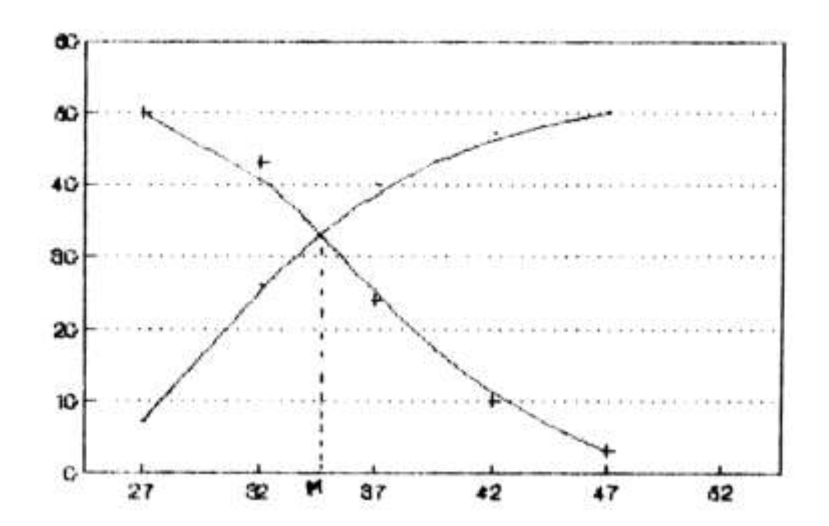
مثال (3): إذا كان المتغير xi يأخذ القيم (85 ,90 ,70) وان هذه القيم مقترنة بمعاملات ترجيح هي (1,3 ,1) تعكس اهمية تلك القيم على الترتيب، فأن الوسط الحسابي المرجح يمكن إيجاد، باستخدام الصيغة (3) .

الحل:

$$\bar{x}_w = \frac{(1)(70) + (1)(90) + (3)(85)}{1+1+3} = \frac{415}{5} = 83$$

ومنه يتبين ان قيمة الوسيط =33.74.

وإذا رسمنا المنحنيين معا الصاعد والنازل على نفس المحاور فأنه يمكن تعيين قيمة الوسيط إذ انها تساوي القيمة على الاحداثي الأفقي لنقطة تقاطع المنحنيين والشكل (1-18) يبين إيجاد الوسيط من المنحنيين الصاعد والنازل .



شكل (1-18)

إيجاد الوسيط بالرسم من نقطة تقاطع المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل

ومما تقدم يتضح ان الوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة وعلى ذلك فهو يفضل على الوسط الحسابي في التوزيعات شديدة الالتواء وكذلك ايضا في التوزيعات المفتوحة . كما يصلح كمقياس للنزعة المركزية بالتعبير عن متوسط الصفات او الرتب ، فإذا رتبنا مجموعة المتدربين مثلا حسب تقديراتهم في اختبار كفاءة الأداء فان الوسيط هو أفضل المتوسطات المستعملة لهذا الغرض .

ومن ناحية أخرى فان بعض الصعوبات في تفسير الوسيط في حالة المتغيرات المتقطعة إذا كان عدد القيم زوجيا، كما ان هناك صعوبة في حسابه في حالة المتغيرات المتصلة إذا كان عدد القيم صغيرا وبينها قيم مكررة. وبصورة عامة فأنه يفضل استخدام الوسيط إذا كان اهتمامنا منصبا على إيجاد قيمة نموذجية

(ممثلة) بدلا من الاهتمام بالمجموع إذا كان التوزيع ملتويا وكذلك في الحالات التي تفقد بها بعض القيم (التي يعرف ترتيبها) حيث لا يمكن حساب الوسط الحسابي في مثل هذه الحالات .

3.المنوال: (Mode)

تعريف (4): المنوال لمجموعة من القيم او الصفات هو القيمة او الصفة التي تتكرر أكثر من غيرها ، او هو القيمة او الصفة الأكثر شيوعا . وقد لا يكون للقيم او الصفات منوال وقد يوجد منوال واحد (او أكثر) .

يتضح من التعريف انه يمكن إيجاد المنوال في حالة المتغيرات الكمية والمتغيرات النوعية .

مثال (6): إذا كان لدينا مجموعة القيم (11,10, 9,9,7,7,5,2,2) فإن قيمة المنوال هي (9) . إما إذا تم تحديد مجموعة من العاملين حسب درجة تعرضهم للإشعاع ان حصلنا على النسب الآتية :

مستوى التعرض A	*0.70*
مستوى التعرض B	*0.20*
مستوى التعرض C	*0.10*

فان المستوى A هو الاكثر شيوعاً .

وفي حالة البيانات المجمعة حيث يعبر عن البيانات بمنحنى تكراري فان المنوال هو القيمة (أو القيم) على المحور السيني المقابلة لنقطة (أو لنقاط) النهاية العظمى للمنحنى .

و نحصل على المنوال من التوزيع التكراري او المدرج التكراري بالصيغة :

$$\text{Mode} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)C \qquad (6)$$

حيث:

L_1: الحد الأدنى للفئة المنوالية (أي الفئة التي يقع فيها المنوال).

Δ_1: زيادة تكرار الفئة المتوالية و تكرار الفئة قبل المنوالية.

Δ_2: زيادة تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة بعد المنوالية.

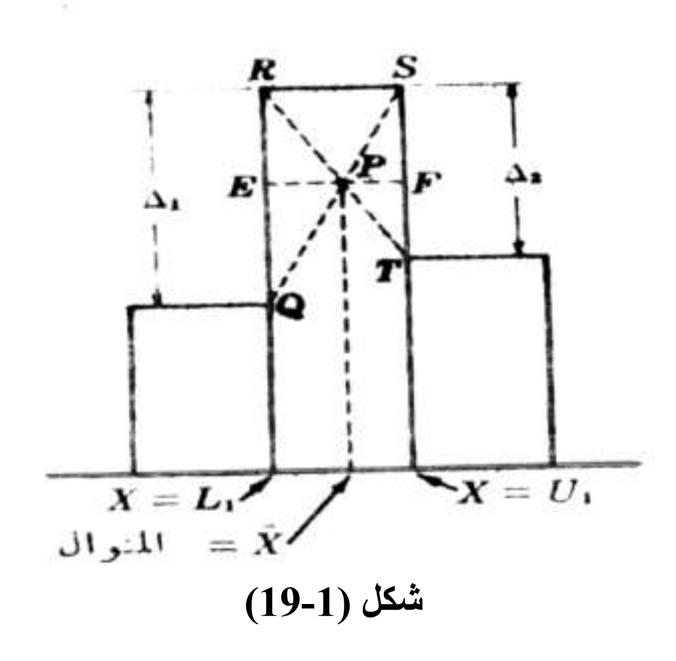
C: طول الفئة المنوالية.

ولبرهنة تلك الصيغة الخاصة بتحديد قيمة المنوال من البيانات المعبر عنها في توزيع التكراري نتبع الخطوات الآتية:

بافتراض ان الشكل (1-19) يمثل ثلاثة مستطيلات من المدرج التكراري لتوزيع تكراري معين، ويمثل المستطيل الأوسط الفئة المنوالية، كما نفترض ايضا تساوي أطوال فئات التوزيع.

يتقاطع المستقيمان RT, QS في النقطة P إذا كانت $x=L_1$, $x=u_1$ فهي تمثل الحدود الدنيا والعليا للفئة المنوالية.

Δ_1، Δ_2 يمثلان على الترتيب الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي على يسارها والفئة التي على يمينها.



شكل (1-19)

من المثلثين المتشابهين PQR, PST نجد :

$$\frac{EP}{RQ} = \frac{PF}{ST}$$

أي أن :

$$\frac{Mode - L_1}{\Delta_1} = \frac{u_1 - Mode}{\Delta_2}$$

إذن :

$$\Delta_2(Mode - L_1) = \Delta_1 (u_1 - Mode)$$

$$\Delta_2 Mode - \Delta_2 L_1 = \Delta_1 u_1 - \Delta_1 Mode$$

$$(\Delta_1 + \Delta) Mode = \Delta_1 u_1 + \Delta_2 L_1$$

$$Mode = \frac{\Delta_1 u_1 + \Delta_2 L_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

وبما ان $u_1 = L_1 + c$ حيث c هي طول الفئة، فإننا نجد ان :

$$Mode = \frac{\Delta_1(L_1 + c) + \Delta_2 L_1}{\Delta_1 + \Delta_2} = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)L_1 + \Delta_1 c}{\Delta_1 + \Delta_2} = L_1 + (\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2})c$$

مثال (7): **اوجد المنوال للتوزيع التكراري لأطوال حياة خمسين حيوانا من حيوانات التجارب الواردة في المثال (5) .**

الحل: **يكون لدينا كل من :**

$$L1 = 30, \Delta1 = 19-7=12, \Delta2=19-14 = 5, c=5$$

$$Mode = 30 + (\frac{12}{12+5})\ 5 = 33.53$$

علاقة تجريبية بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

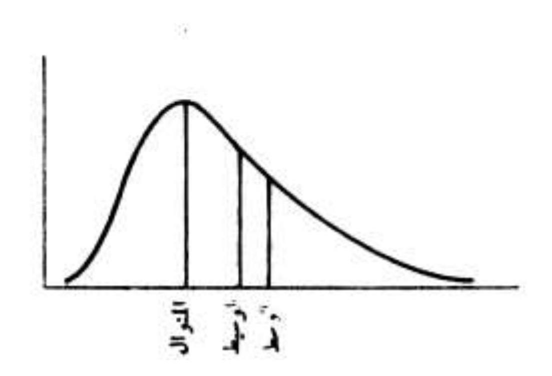
تعريف (5) : في المنحنيات التكرارية ذات المنوال الواحد والبسيطة الالتواء (غير المتماثلة) تتحقق العلاقة الاعتيادية الآتية :

الوسط الحسابي – المنوال

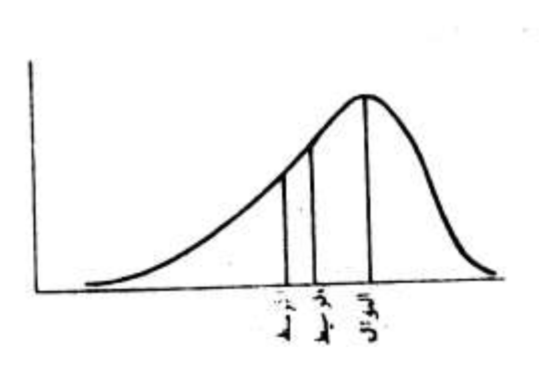
ـسط الحسابي – الوسيط)

3

ففي الأشكال (1-20) و (1-21) يتضح الموضع النسبي للوسط الحسابي والوسيط والمنوال للمنحنيات التكرارية الملتوية الى اليمين والمنحنيات الملتوية الى اليسار على الترتيب . وأما في المنحنيات التكرارية المتماثلة فيتطابق كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .



شكل (20−1)



شكل (12−1)

مما ... قيم الشاذة، كما يمك ... ، ويعتبر من أفضل المتوسطات لتمثيل البيانات غير الرقمية .

هذا ويمتاز المنوال بسهولة حسابه سوء بالرسم او الحساب ويفضل حيثما كان المطلوب معرفة القيمة الشائعة في المجموعة .

ولا يفضل استخدام المنوال في حالة التوزيعات الشديدة الالتواء لأنه في هذه الحالة يبتعد كثيراً عن وسط المجموعة ويصبح من القيم المتطرفة وليس من القيم المتوسطة كذلك لا يفضل استعماله، إذا كان التوزيع متعدد المنوالات . إلا إذا كان لدينا استعداد لقبول مقياس متعدد القيم، ويشاع استخدامه عادة في مجال السيطرة على المنتوج .

4. الوسط الهندسي: Geometric Mean

تعريف (6): الوسط الهندسي (G) لمجموعة القيم الموجبة ($x_1, x_2, \ldots x_n$) هو الجذر النوني (n) لحاصل ضرب تلك القيم ويعطى بالصيغة الآتية :

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2)\ldots(x_n)} \qquad (7)$$

وفي كثير من الأحيان يتم استخدام اللوغاريتمات الاعتيادية لإيجاد قيمة الوسط الهندسي حيث نحصل على الصيغة :

$$Log\, G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \log x_i$$

وبذلك فأن لوغاريتم الوسط الهندسي لمجموعة من القيم الموجبة مساويا للوسط الحسابي للوغاريتمات تلك القيم .

مثال (8): **اوجد الوسط الهندسي للقيم الموجبة التالية التي تتعلق بتركيز السكر في الدم لخمسة أشخاص (160, 130, 123, 138, 140) .**

الحل: بإيجاد لوغاريتمات الأعداد التي تكون على الترتيب :

2.2041, 2.1139, 2.0899, 2.1399, 2.1461

فان لوغاريتم الوسط الهندسي يساوي:

$$Log\,(G) = \frac{2.2041 + 2.1139 + 2.0899 + 2.1461}{5}$$

$$= \mathbf{2.1388}$$

ومن الأعداد المقابلة لجدول اللوغاريتمات فان قيمة الوسط الهندسي تساوي:

(تركيز السكر في الدم) G=137.7 .

أما إذا كان لدينا توزيع تكراري ذو فئات وكانت مراكز فئاته قيما موجبة وهي ($x_1, x_2, \ldots\ldots x_r$) وكانت التكرارات المقابلة لها هي ($f_1, f_2, \ldots, f_r$) على الترتيب فان قيمة الوسط الهندسي يتم إيجادها بتطبيق الصيغة :

$$G = \sqrt[\Sigma fj]{\left(x_1^{f1}\right)\left(x_2^{f2}\right)\ldots\ldots\left(x_r^{fr}\right)}$$

وباستخدام اللوغاريتمات فان الصيغة أعلاه تكون بالشكل الآتي :

$$Log\,G=\frac{1}{\sum f_j}\sum_{j=1}^{r} f_j Log\, x_j$$

حيث ان :

$$(n=\sum_{j=1}^{r} f_j)$$

مثال (9): الجدول (1-21) يتضمن بيانات عن نسب تلوث الهواء لـ (30) مدينة كبيرة بموجب مقياس (المايكرو غرام لكل متر مكعب) فان الوسط الهندسي بموجب الصيغة (8) هو :

جدول (1-21)

التكرارات	الفئات
2	10-
3	20-
5	30-
10	40-
6	50-
2	60-
2	70-80
30	المجموع

$$G=\sqrt[30]{(15^2)(25^3)(35^5)(45^{10})(55^6)(65^2)(75^2)}$$

$$LogG=\frac{1}{30}(2log15+3log25+.......+2log75)$$

$$=\frac{1}{30}(48.617)$$

$$= 1.621$$

$\therefore$ **G=41.74** **(مايكرو غرام لكل متر مكعب)**

والوسط الهندسي لمجوعة من القيم يكون دائما اقل من الوسط الحسابي ويمكن برهنة ذلك رياضيا كما يتضح من التعريف انه لا يصح استخدامه لمجموعة من القيم إذا كانت إحداها صفراً او سالبة وذلك لو

كانت احدى القيم صفرا فأن الوسط الهندسي بالتالي يساوي صفرا. وان كانت القيم سالبة فان الوسط الهندسي يكون قيمة خيالية .

وعن استخداماته فان الوسط الهندسي يعتبر انسب المتوسطات في حالة قياس النزعة المركزية لمعدلات التغير، فمثلا في حالة تقدير عدد السكان بين سني التعداد فهنا يكون التغيير في السكان متناسباً مع عدد السكان نفسه .

كما يصلح الوسط الهندسي ايضا لتمثيل متوسط مجموعة من النسب وذلك لما يتوافر فيه من مزايا لا تتوفر في غيره من المتوسطات ، وبذلك فان الوسط الهندسي هو انسب الأوساط في حالة كون البيانات معبرا عنا بالنسب او بالمعادلات .

5. الوسط التوافقي: Harmonic Mean

تعريف (7) : الوسط التوافقي (H) لمجموعة من القيم $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم، ويعطى بالصيغة الأتية :

$$(9) \qquad H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

مثال (10): الوسط التوافقي للقيم (2, 4, 8) هو :

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = \frac{3}{7/8} = 3.43$$

ولحساب الوسط التوافقي للبيانات المجمعة، ففي هذه الحالة نضيف على الجدول التكراري عمودا لمقلوب مراكز الفئات، ثم نضرب هذه المقلوبات في التكرارات المناظرة بحيث تصبح الصيغة الواردة في التعريف (7) بالصيغة الأتية :

$$(10) \qquad H = \frac{\sum^{r} f_j}{\sum_{j=1}^{r} \frac{f_j}{x_j}}$$

مثال (11): الجدول الآتي يبين خطوات الوسط التوافقي لتوزيع تكراري لذوبان 100 مركب في محلول معين مقاسة بالثواني .

جدول (1-22)

توزيع سرعات ذوبان 100 مركب في محلول معين (مقاسة بالثواني)

فئات سرع الذوبان	عدد المركبات المذابة f_j	مراكز الفئات x_j	$\frac{1}{x_j}$	$\frac{f_j}{x_j}$
2.5-	20	5	0.20	4
7.5-	50	10	0.10	5
12.5-	20	15	0.067	1.33
17.5-22.5	10	20	0.05	0.50
المجموع	100	-	-	10.83

فالوسط التوافقي لسرعات ذوبان المركبات هو :

$$H = \frac{100}{10.83} = 9.23$$ **ثانية**

هذا ويفضل استخدام الوسط التوافقي على بقية المتوسطات الأخرى، في حالة كون البيانات معبراً عنها بمعدلات التغير (كمعدلات تغير السرع مثلا) .

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي:

يعتبر الوسط الهندسي لمجموعة من القيم الموجبة (($x_1, x_2, \ldots x_n$)) اقل من او يساوي وسطها الحسابي ولكنه في نفس الوقت اكبر من او يساوي وسطها التوافقي، حيث يمكن التعبير عن تلك العلاقة باستخدام المتباينة الأتية :

$$H \leq G \leq \bar{X}$$

كما أن تحقق علامة المساواة بين المتوسطات المذكورة إذا وفقط إذا كانت القيم ($x_1, x_2, \ldots x_n$) متساوية .

مثال (12): **مجموعة القيم (2, 4, 8) يكون وسطها الحسابي $\bar{x}$ 4.67 ووسطها الهندسي G=4 ووسطها التوافقي H=3.43 .**

6. جذر متوسط المربعات: Squares Mean Root

تعريف (8): جذر متوسط المربعات او الوسط التربيعي لمجموعة من القيم ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات تلك القيم ويعطى بالصيغة الآتية:

$$S.M.R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \qquad (11)$$

مثال (13): جذر متوسط المربعات للقيم (-3, 2, 5, 7, 12) هو :

$$S.M.R. = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (2)^2 + (5)^2 + (7)^2 + (12)^2}{5}} = 6.97$$

ولحساب الوسط التربيعي للبيانات المجمعة ، ففي هذه الحالة نضيف على الجدول التكراري عموداً لمربعات مراكز الفئات ، ثم نضرب تربيعات المركز في التكرارات المناظرة لها بحيث تصبح الصيغة الواردة في التعريف (8) على الشكل الأتي :

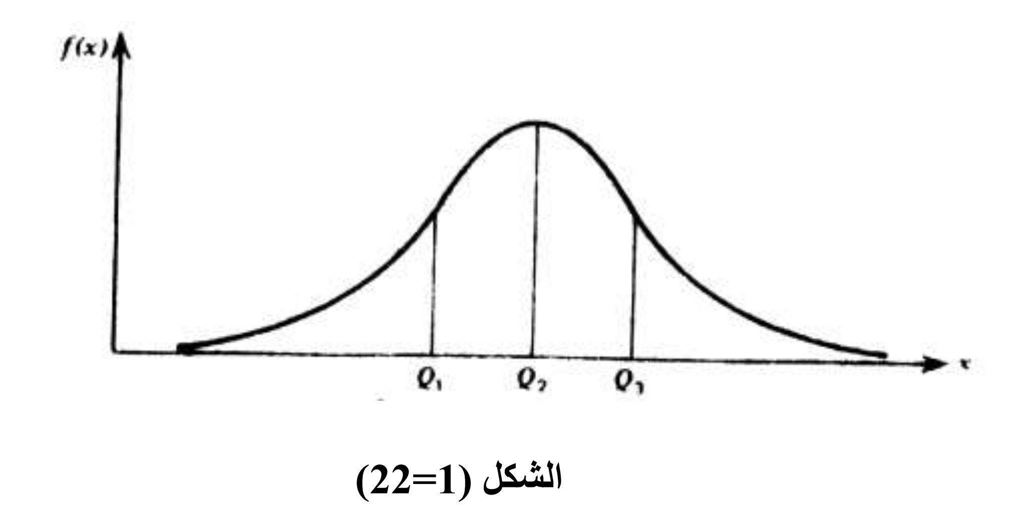
$$S.M.R = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{r} f_j X_j^2}{\sum_{j=1}^{r} f_j}} \qquad (12)$$

ويستخدم هذا النوع من المتوسطات بكثرة في التطبيقات الطبيعية .

الربيعات والعشيرات والمئينات:

Quartiles, Deciles and Percentiles

لقد سبق وان بينا ان قيمة الوسيط هي النقطة التي تقع على المحور الأفقي بحيث تكون المساحة تحت المضلع التكراري متساوية على طرفيها. وبتعميم هذه الفكرة يمكن ان نضع نقاطاً على المحور الأفقي تقسم المجموعة (المساحة تحت المضلع التكراري) الى اجراء متساوية من التقسيمات، تسمى بقيم التقسيمات الجزئية، وان أهم التقسيمات الجزئية التي نحن بصددها هي تقسيم المجموعة الى أربعة أجزاء متساوية تسمى الربيعيات والتي يرمز لها بالرموز (Q_3, Q_2, Q_1) وهي الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث على الترتيب. والشكل (1-22) يوضح لنا ذلك .



الشكل (1=22)

لذلك فأن الربيعات في البيانات المرتبة تصاعديا هي :

الربيع الأول: Q_1 هو القيمة التي تسبقها ربع قيم البيانات وتليها ثلاثة أرباع القيم .

الربيع الثاني (الوسيط) : Q_2 هو القيمة التي تسبقها نصف قيم البيانات وتليها نصف البيانات .

الربيع الثالث (الأعلى) : Q_3 هو القيمة التي تسبقها ثلاثة أرباع البيانات وتليها ربعها.

أما القيم التي تقسم المجموعة الى عشرة اجراء متساوية بالعشيرات، ويرمز لها بالرموز ($D_1, D_2,...D_9$) وذلك بفرض ان القيم مرتبة ترتيبا تصاعديا، وتعرف نقاط المستقيم الى مائة قسم متساو في المساحة بالمئينات ويرمز لها بالرموز ($P_1, P_2,......P_{99}$) .

وتأتي اهمية استخدام الربيعات والعشيرات والمئينات لوصف مكانة المفردة النسبية فهي تصف لنا ترتيب المفردة. بالنسبة لبقية مفردات المجموعة، كذلك تعيين موقعها النسبي بين جميع المفردات .

أ. لوصف مجموعة البيانات من خلال وصف شكل توزيعها وحساب بعض نقاط الموقع بموجب تحديد نقطة (او نقاط) التقسيم المرغوب فيها .

ب. لوصف موقع المفردة نسبيا قياساً في المجتمع .

وفي البنود التالية سوف نقوم باستخدام هذه المؤشرات الوصفية في استخراج مقاييس وصفية أخرى ذات اهمية بالغة لوصف توزيع البيانات الخاصة بالمسألة المبحوثة .

مقاييس التشتت:

Measures of Dispersion

ان عملية عرض البيانات الإحصائية من خلال بناء جداول التوزيعات التكرارية وعرضها بيانيا ووصف أشكالها ثم تعيين دالة الموقع المناسبة – المتوسطات- التي تصف تلك التوزيعات عدديا قد تكون غير كافية لوصف التوزيعات التكرارية وربما تكون مظللة أحيانا . إذا ان مقاييس النزعة المركزية لا تكفي لإعطاء فكرة دقيقة عن المجموعة، فلا تبين طبيعتها ولا كيفية توزيع مفرداتها، فقد يكون لدينا ظاهرتان متساويتان في مقياس الموقع إلا انه يوجد في حقيقة الأمر اختلاف واضح بينهما. فربما تكون مفردات احدى المجموعتين متقاربة من بعضها البعض ، بينما نجد مفردات المجموعة الاخرى أكثر تشتتاً ، فمثلا إذا كان لدينا المجموعتان التاليتان من القيم :

3, 9, -3, 15, 21 (قيم المجموعة الأولى) .

15, 3, 12, 6, 9 (قيم المجموعة الثانية) .

فـان الوسـط الحسـابي لكـل منهـا يسـاوي (9) ، إلا انـه بـالنظر الـى مفـردات البيانـات فـي كـل مـن المجمـوعتين نجـد اختلافـا بينهمـا، وهـذا يعنـي ان الوسـط الحسـابي لا يكفـي لوصـف البيانـات او للحكـم علـى تشابهها .

وبناءً على ما تقدم لا بد من استخدام مقاييس أخرى تلقي الضوء على مدى اختلاف البيانات فيما بينها وتقيس مدى ذلك التفاوت او التغير بين مفرداتها ، وهنا يأتي دور مقاييس الاختلاف او التشتت لتصف لنا هذه الناحية في البيانات الإحصائية .

تعريف (9): ان درجة التغير التي تتجه بها البيانات الرقمية عن بعضها البعض او حول قيمة وسطى تسمى تشتت او تغير البيانات.

وبذلك تقسم هذه المقاييس الى مجموعتين:

<u>أولا.</u> مقاييس التشتت التي تقيس تقارب او تباعد القيم عن بعضها البعض وهي:

(أ) المدى (Range).

(ب) نصف المدى الربيعي والمقاييس المماثلة.

(Semi –Quartile Deviation and Similar Measures)

<u>ثانيا.</u> مقاييس التشتت التي تقيس قرب أو بعد القيم عن قيمة وسطى، كالوسط الحسابي مثلا ، وهي :

(أ) معامل الاختلاف. (The Coefficient of Variation).

(ب) الانحراف المتوسط. (Mean Deviation).

(ج) الانحراف المعياري. (Standard Deviation).

(د) التباين. (Variance).

4. الانحراف المعياري : The Standard Deviation

سبق ان ذكرنا بأن المتوسط هو القيمة النموذجية او الممثلة لمجموعة من القيم او المشاهدات ، وحيث ان مقياس التغير لا بد ان يقيس لنا مدى انحراف تلك القيم عن متوسطاتها ، ومن الناحية الحسابية فأن القيم التي تزيد عن قيمة متوسطها ($\bar{x}$) ستعطي انحرافات موجبة ، في حين ستعطي القيم التي تقل عن ($\bar{x}$) انحرافات سالبة ، ولضرورة استخدام القيم العددية لتلك الانحرافات لا بد لنا من استخراج قيم مربعاتها ثم حساب متوسطها، لذلك فان مقياس التغير لمجموعة القيم حول وسط تلك المجموعة يعطى بالصيغة الآتية :

$$\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n} \qquad (8)$$

إما المجموعة القيم ($x_1, \quad x_2,\ldots, \quad x_r$) التي تحدث بتكرارات ($f_1, \quad f_2,\ldots f_r$) على الترتيب فأن مقياس التغير يعطى بالصيغة الآتية :

$$(\sum_{j=1}^{r}(x_j-\bar{x})^2 f_j)/\sum_{j=1}^{r} f_j \qquad (9)$$

هذا ولاعتبارات خاصة بحل مسائل الاستنتاج الإحصائي ، فأنه من المفيد اجراء تعديل بسيط للمقياس ينحصر في اخذ القاسم ($n-1$) بدلا" من (n) .

وعلى هذا الأساس ، إذا رمزنا للكمية الناتجة عن المقياس المذكور (S^2) والذي يسمى بتباين العينة (**The Sample Variance**) فان المقياس للبيانات (الأولية) يعطى بالصيغة الآتية :

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1} \qquad (10)$$

وفي حالة البيانات المبوبة (التوزيع التكراري ذي الفئات) :

$$S^2=\frac{\sum_{j=1}^{r}\left(x_i-\bar{x}\right)^2 f_j}{(\sum_{j=1}^{r} f_j)-1} \qquad (11)$$

مما تقدم ، تبين ان مقياس التباين قد تضمن مربعات الانحرافات لذلك فان قيمته يعبر عنها بوحدات مربعة ، ولاعتبارات معينة تخص الكثير من المسائل يكون من المرغوب فيه اعتماد نفس الوحدات الإحصائية المستخدمة للبيانات الأصلية ، وصولا الى تحقيق هذا الهدف لا بد من اخذ الجذر التربيعي الموجب للتباين ، ونحصل بذلك على الانحراف المعياري مقياساً للتشتت .

<u>تعريف (16) :</u> الانحراف المعياري (S) او جذر متوسط مربعات الانحراف لمجموعة من القيم ($x_1, \quad x_2,\ldots, \quad x_n$)هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي ، ويعطى بالصيغة الأتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i-1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{i-1}} \qquad (12)$$

وفي حالة البيانات المبوبة (التوزيع التكراري ذي الفئات)

$$S = \sqrt{\frac{\sum\limits_{j-1}^{r}\left(x_j - \bar{x}\right)^2 f_j}{(\sum\limits_{j-1}^{r} f_j)-1}} \qquad (13)$$

وهنـاك صـيغة مختصـرة لحسـاب الانحـراف المعيـاري مشـتقة أساسـا مـن الصـيغة المـذكورة وتكون سهلة الاستعمال بالآلة الحاسبة (البرمجة) مباشرة :

للبيانات المفردة (الغير مبوبة) :

$$S = \left(\frac{1}{n-1}(\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)^{1/2} \qquad (14)$$

وللبيانات المبوبة :

$$S = \left(\frac{1}{n-1}(\sum x_j^2 - \frac{(\sum x_j f_j)^2}{n}\right)^{1/2} \qquad (15)$$

مثال (6): **احسب التباين والانحراف المعياري لمجموعة القيم (30, 33, 35, 37, 40) .**

الحل: الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{175}{5} = 35$$

الانحرافات في الوسط الحسابي :

(30-35), (33-35), (35-35), (37-35), (40-35)

وتكون مربعاتها هي :

25 , 4 , 0 , 4 , 25

التباين :

$$S^2 = \frac{25+4+0+4+25}{5-1} = \frac{108}{4} = 27$$

الأنحراف المعياري :

$$S = \sqrt{\frac{108}{4}} = 5.2$$

مثال (7): **احسب التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري في المثال (5)**

الحل: **نحسب جميع المقادير المطلوبة في الحل كما في الجدول (1−27)**

جدول (1−27)

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
15	9	135	-18	324	2916
25	27	675	-8	64	1728
35	44	1540	2	4	176
45	15	675	12	144	2160
55	5	275	22	484	2420
المجموع	100	3300	-	-	9400

الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{3300}{100} = 33$$

التباين :

$$S^2 = \frac{9400}{100-1} = 94.95$$

الانحراف المعياري :

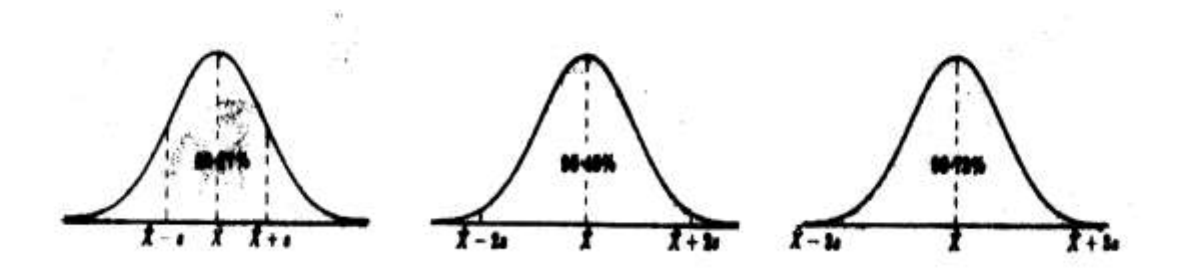
$$S = \sqrt{\frac{9400}{99}} = 9.74$$

خصائص الانحراف المعياري:

(أ) تكـون قيمـة الانحـراف المعيـاري اقـل مـا يمكـن إذا وفقـط إذا كانـت الانحرافـات مقاسـة عـن الوسـط الحسـابي ($\overline{X}$) ، لـذاك يـتم اعتمـاد قيمـة الوسـط الحسـابي مـن بـين مقـاييس النزعـة المركزية لإيجاد تلك الانحرافات .

(ب) إذا كانـت مجموعـة القـيم تتـوزع حسـب التوزيـع الطبيعـي (Normal Distribution) وكـان حجـم العينـة المختـارة كبيـرا نسـبيا ، فأنـه يتحقـق معنـى مقـدار (حجـم) الأنحـراف المعياري (المعنى الكمي) .

ففـي الفتـرة مـن ($\overline{x}$-S) الـى ($\overline{x}$+S) تنحصـر عـادة حـوالي (68%) مـن قـيم المجموعـة (معنـى انحـراف معيـاري واحـد علـى كـل جانـب مـن الوسـط). وتنحصـر الفتـرة مـن ($\overline{x}$-2S) الـى ($\overline{x}$+S) عـادة حـوالي (95%) مـن قـيم المجموعـة (بمعنـى انحـرافين معيـاريين علـى كـل جانـب مـن الوسـط) . بينمـا تنحصـر خـلال الفتـرة مـن ($\overline{X}$- 3S) الـى ($\overline{X}$+35) عـادة –حـوالي (99%) مـن قـيم المجموعـة (بمعنى ثلاثة انحرافات معيارية على كل جانب من الوسط) . وكما موضح بالشكل (1−23) :



شكل (1−23)

ج . إذا كـان تبـاين مجموعـة البيانـات (S_1^2) وعـدد مفرداتهـا (n1) ، وتبـاين مجموعـة أخـرى مسـتقلة عـن المجموعـة الأولـى (S_2^2) وعـدد مفرداتهـا (n2) فـان تبـاين المجموعـة الناتجـة من دمج المجموعتين يكون تقريبا :

$$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \quad (16)$$

وهو بمثابة الوسط الحسابي المرجح للتباين ، كما يمكن تعميم هذه الصيغة لحالة ثلاثة تباينات او أكثر ويسمى أحيانا بالتباين المشترك (Pooled variation) .

مثـال (8): قـام احـد المختصـين بـ(10) تجـارب لتعيـين معامـل الاحتكـاك فكـان التبـاين فـي قياسـاته (0.4) وأجـرى مـرة أخـرى (7) تجـارب فكـان التبـاين فـي قياسـاته (0.2) ، مـا هـو التبـاين للقياسـات فـي التجارب جميعها ؟

الحل :

$$n_1 = 10 \quad S_1^2 = 0.4$$
$$n_2 = 7 \quad S_2^2 = 0.2$$

التباين التجميعي (**Combined or Pooled Variance**) هو :

$$S^2 = \frac{(10-1)(0.4)+(7-1)(0.2)}{10+7-2}$$
$$= \frac{4.8}{15} = 0.32$$

(د) يعتبر الانحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداما ، خاصة في المجالات التي تستخدم الاحتمالات كأداة للتحليل وفي عمليات الضبط والمستويات العليا في التحليل الإحصائي .

(هـ) نستخدم في حساب الانحراف المعياري جميع المعلومات المتاحة ويتميز عن بقية مقاييس التشتت الأخرى بقابليته للمعالجة الجبرية بسبب تعريفه رياضيا بدالة واحدة .

معامل شبرد لتصحيح الانحراف المعياري في التوزيعات التكرارية :

نتيجة لافتراضنا ان مفردات أية فئة من فئات (جدول التوزيع التكراري) تأخذ قيما متساوية هي مركز الفئة ، مما يترتب عليه حصول فرق بين القيم الحقيقية للمفردات والقيم المفترضة (مراكز الفئات) ، وبالتالي فأن المقاييس الإحصائية المحسوبة من جدول تكراري لا تنطبق تماما على المقاييس المناظرة المحسوبة من القيم قبل تبويبها، لذا يتعين علينا والحالة هذه من اجراء ما يسمى بعملية التصحيح لنتائج تلك المقاييس. كما ان تطبيق هذه العملية يتوقف على عوامل عديدة منها شكل التوزيع والمقياس الإحصائي المستخدم .

هـذا وقـد اوجـد شـبرد (**Sheppard**) تصـحيحا للانحـراف المعيـاري سـمى بتصـحيح شـبرد (**Sheppard's Correction**) ووضع وفق الصيغة الأتية :

الانحراف المعياري المعدل = الانحراف المعياري في البيانات المبوبة $- \frac{c^2}{12}$

حيث ان : © ترمز الى طول الفئة .

ومعامل التصحيح $\frac{c^2}{12}$ المطروح يسمى تصحيح شبرد .

ومـن الجـدير بالملاحظـة ان تصـحيح شـبرد يسـتخدم فـي حالـة التوزيعـات التكراريـة المتصـلة (Continuous frequencies Distributions) والتـي يقتـرب (طرفاها) تـدريجيا الـى الصفر فـي كـلا الاتجـاهين، وبـذلك فـان التصـحيح لا يسـري مـثلا علـى التوزيعـات التـي تكـون علـى شـكل (U) او الشـديدة الألتواء من احد طرفيها .

مثال (9): استخدم تصحيح شبرد لقيمتي التباين والانحراف المعياري في المثال (19) .

الحل: التباين المعدل

$$S^2 = \left(\sqrt{94.95} - \frac{5^2}{12}\right)^2 = 58.69$$

الانحراف المعياري المعدل

$$S = 9.74 - \frac{5^2}{12} = 7.66$$

وعموماً فأن هذه التصحيحات تكون ذات أثر بسيط وقليلة الأهمية إذا كان عدد التكرارات غير كبير نسبيا، لذا ينبغي عدم استخدامها إلا في الحالات المناسبة وذلك لما يؤدية من نتائج مبالغة أحيانا .

علاقة تجريبية بين مقاييس التشتت:

تعريف (17): في التوزيعات التكرارية المتوسطة الالتواء (Meso Skewness) تتحقق العلاقة الاعتبارية الأتية :

الانحراف المتوسط = $\frac{4}{5}$ (الانحراف المعياري).

نصف المدى الربيعي= $\frac{2}{3}$ (الانحراف المعياري).

مقاييس التشتت النسبي

Relative Dispersion Measures

يطلق على مقاييس التشتت التي تعرضنا لها سابقا بمقاييس التشتت المطلق، حيث تعتمد جميعها على وحدة قياس مفردات المجموعة، ففي حالة اجراء مقارنة تشتت مجموعتين من القيم تختلفان في وحدة القياس، كذلك الحال عند اجراء مقارنة التشتت بين صفتين متصلتين بنفس المجموعة، فإنـه من الخطأ ان نقـارن تشـتت المجمـوعتين او الصـفتين دون إزالـة اثـر الاخـتلاف فـي وحـدات القيـاس، ولكـي نحصـل علـى

مقاييس لا تعتمد على وحدة القياس المستعملة لمفردات المجموعة بهدف إزالة ذلك الأثر ، نلجأ الى ما يعرف بمقاييس التشتت النسبي .

تعريف (18): مقياس التشتت النسبي لمجموعة من القيم $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ يعطى وفق الصيغة الآتية :

$$\text{مقاييس التشتت النسبي} = \frac{\text{مقياس التشتت المطلق}}{\text{مقياس التوسط}} \qquad (17)$$

وبشكل عام يعبر عن هذا المقياس كنسبة مئوية .

مثال (10): تشتت او تغير (1) ملم عند قياس مسافة (100) ملم يختلف في تأثيره عن نفس تغير (1) في مسافة (1000) ملم .

هذا ويمكن ان نعرف نوعين من تلك المقاييس والتي تعرف بمعاملات التغير او الأختلاف (Coefficients of Variation) .

تعريف (19): إذا كان مقياس التشتت المطلق هو الانحراف المعياري (S) ، والمتوسط هو الوسط الحسابي ($\overline{X}$) فإن مقياس التشتت النسبي يعرف بمعامل التغير او الاختلاف (C.V.) ويعطى وفق الصيغة الأتية :

معامل التغير او الاختلاف:

$$C.V. = \left(\frac{S}{\overline{x}}\right)100\% \qquad (18)$$

ويعتبر هذا المعامل من أكثر معاملات التغيير انتشارا، وان أهم استعمالاته للمقارنة بين التغير في عدة مجموعات او توزيعات تكرارية تختلف بعضها او جميعها في وحدة القياس المستعملة .

مثال (11): أيهما أكثر تغيرا، البيانات في المثال (6) أم في المثال (7) ؟

معامل التغير للمجموعة في المثال (6) :

$$C.V = \left(\frac{5.2}{35}\right)100\%$$
$$= 15\ \%$$

معامل التغير للمجموعة في المثال (7) :

$$C.V = \left(\frac{9.74}{33}\right)100\%$$
$$= 30\%$$

التغير في قيم المجموعة الثانية هو ضعف التغير في قيم المجموعة الأولى.

وفي بعض الأحيان نلجأ الى استخدام معامل اخر للتغير إذا لم يكن بالإمكان حساب الوسط الحسابي والانحـراف المعيـاري خاصــة فــي التوزيعـات التكراريــة المفتوحــة وهـو مــا يعـرف بمعامـل التغيـر الربيعـي (Coefficient of Quartile Variation).

تعريف (20): **معامل التغير الربيعي (C.QV) : هو:**

$$C.Q.V. = (\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1})\ 100\ \% \qquad (19)$$

حيث أن :

Q_1= الربيع الأول (الأدنى) .

Q_3= الربيع الثالث (الأعلى) .

مثال (12): **توزيع تكراري فيه :**

Q_1 =64.60
Q_3 =75.04

و توزيع تكراري آخر فيه :

Q_1 = 64.10
Q_3 = 74.54

فأيهما أكثر تغيراً ، البيانات في التوزيع الأول أم البيانات في التوزيع الثاني ؟

الحل : معامل التغير الربيعي للتوزيع التكراري الأول :

$$C.Q.V. = (\frac{75.04 - 64.60}{75.04 + 64.60})\,100\%$$
$$= 7\ \%$$

معامل التغير الربيعي للتوزيع التكراري الثاني :

$$C.Q.V. = (\frac{74.54 - 64.10}{74.54 + 64.10})\ \ 100\ \ \%$$
$$= 8\ \%$$

بمـا ان معامـل التغيـر الربيعـي للتوزيـع الثـاني اكبـر منـه للتوزيـع الأول ، لـذلك يكـون تغيـر التوزيـع الثاني اكبر من تغير التوزيع الأول . هذا ويمكن إيجاد مقاييس مماثلة للتشتت النسبي في حالة العشيرين أو المئينين .

المتغير المعياري والدرجات المعيارية:

Standardized Variable and Standard Units – (Scores)

لقد سبق فيما مضى ان أوضحنا كيفية اجراء المقارنة بين تشتتي مجموعتين من القيم وذلك باستخدام احد مقاييس التشتت المناسبة ، إلا انه أحيانا نحتاج الى اجراء المقارنة بين قيم محددة لمجموعات مختلفة ، الامر الذي يتطلب إيجاد قيم المتغير المعياري المناظرة لتلك القيم .

تعريف (21): المتغير المعياري (Z) هو مقدار لا حجم له (بمعنى انه مستقل عن وحدات القياس المستخدمة للبيانات) والذي يقيس انحراف المشاهدات او القيم عن الوسط الحسابي بوحدات من الانحراف المعياري، ويعطي وفق الصيغة الآتية:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \qquad (20)$$

حيث ان : $i = 1, 2, \ldots, n$

وأن $(\bar{x})$ الوسط الحسابي.

(S) الانحراف المعياري.

لذلك فان قيم المتغير المعياري يتم التعبير عنها بعدد الدرجات المعيارية والتي تعكس كم انحرافاً معيارياً

تبتعد به الدرجة الأصلية (المفردة الخام) عن الوسط الحسابي .

مثال (13): في احدى الدورات التي تنظمها مؤسسة صحية معينة لمجموعة من منتسبيها ان حصل احد المشاركين في اختبار معين على درجة (84) ، حيث كان متوسط الدرجات لهذا الاختبار (76) وانحرافها المعياري (10) . وفي اختبار آخر حصل على درجة (90) ، حيث كان متوسط الدرجات (82) وانحرافها المعياري (16) ، ففي أي الاختبارين كانت درجة استيعابه أعلى ؟

الحل: قيمة المتغير المعياري في الاختبار الأول :

$$Z_1 = \frac{84 - 76}{10} = 0.8$$

قيمة المتغير المعياري في الاختبار الثاني :

$$Z_2 = \frac{90 - 82}{16} = 0.5$$

وبهذا فان استيعابه النسبي كان اعلى عند الاختبار الأول .

مقياس الالتواء والتفرطح:

Measures of Skewness and Kurtosis

لقد سبق وان أوضحنا كيفية حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، وعلى الرغم من اهمية استخدامها في تلخيص ووصف حسابي لتوزيع ما، قد تكون غير كافية وربما تكون مظللة أحيانا، فقد يتساوى توزيعان تكراريان من حيث المتوسط والانحراف المعياري ولكنهما في الواقع يختلفان من حيث درجة الالتواء (موجب أم سالب) ، هذا اضافة لذلك قد نجدهما متساويين في المقاييس المذكورة (النزعة المركزية، التشتت، الالتواء) ولكن قد نجد هناك اختلافا في درجة علو قمة التوزيع، فقد نجد درجة قمة احدهما أكثر تدببا او تفرطحا من الآخر .

وبناءً على ما تقدم فقد أصبح لزاماً وفي أحيان معينة استخدام مقاييس أخرى تمكننا من معرفة نوع التواء

التوزيع وقياس درجته، كذلك مقدار تفرطحه قياساً بتوزيع معين .

أولاً: مقاييس الالتواء: (Measures of Skewness)

تعريف (22): يعرف مقياس الالتواء (Y) لتوزيع تكراري او مجموعة من البيانات على انه قياس درجة البعد او الانحراف عن حالة التماثل (symmetry) ويعطى هذا المقياس بصيغ متعددة وذلك تبعاً لنوع مقاييس التوسط والانحراف المستخدمة للبيانات والهدف من استخدامه .
وسنستعرض فيما يأتي معاملات الالتواء الاكثر شيوعاً .

1 – معامل بيرسون الأول للألتواء:
(Pearson's First Coefficient of Skewness)

في التوزيعات التكرارية لمتغير وحيد القمة ومعتدل الالتواء ، فان المتوسطات (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) ترتبط بالعلاقة المعطاة بالتعريف (5) ، وقد اوجد كارل بيرسون (K. Pearson) تلك العلاقة بالمشاهدة، فإذا وقع الوسط الحسابي على نفس جانب المنوال من جهة الطرف الأول، أنظر الشكل (1–20) ، فان مقياس التماثل ياخذ الفرق (الوسط الحسابي– المنوال) ولاستبعاد اثر وحدة قياس البيانات لأغراض اجراء المقارنة بين التواء توزيعات لمتغيرات مقاسة بوحدات مختلفة يتم تقسيم ناتج الفرق المذكور على مقياس التشتت (الانحراف المعياري) أي وفق الصيغة الأتية :

$$..........Y_1 = \frac{\overline{X} - Mode}{S} \qquad (21)$$

حيث ان $(\bar{x})$ = الوسط الحسابي
Mode = المنوال
S= الانحراف المعياري
ويسمى مقياس بيرسون الأول للألتواء .

2 – معامل بيرسون الثاني للألتواء:

(Pearson's second Coefficient of Skewness)

إذا وقع الوسط الحسابي على نفس جانب الوسيط أنظر الشكل (1-21) فان مقياس التماثل ياخذ الفرق 3 ((الوسط الحسابي- الوسيط)) ، وبقسمة ناتج الفرق على الانحراف المعياري للتخلص من اثر الوحدة الإحصائية أيضاً وذلك لأغراض المقارنة، فان مقياس الالتواء الثاني لبيرسون يكون وفق الصيغة الأتية :

$$\text{.........} Y_2 = \frac{3(\overline{X} - Md)}{S} \qquad (22)$$

حيث ان ($\overline{X}$) = الوسط الحسابي

Md = الوسيط

S = الانحراف المعياري

مثال (14): **احسب مقياس بيرسون الأول والثاني للألتواء وللتوزيع التكراري في الجدول (1−28) .**

جدول (1−28)

الفئات (K_g)	10	12−	14−	16−	18−20
التكرارات f_i	17	25	30	15	13

الحل: **نحسب جميع المقادير المطلوبة في الحل كما في الجدول (1−29)**

الجدول (1−29)

الفئات	التكرار	مراكز الفئات x_i	$x_i f_i$	المتجمع الصاعد	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
10−	17	11	187	17	−3.64	13.25	225.24
12−	25	13	325	42	−1.64	2.69	67.24
14−	30	15	450	72	0.36	0.13	3.89
15−	15	17	255	87	2.36	5.57	83.54
18−20	13	19	247	100	4.36	19.01	247.12
المجموع	100	−	1464	−	−	−	627.03

الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{1464}{100} = 14.64$$

المنوال (طريقة الفروق)

$$Mode = 14 + (\frac{5}{5+15})2 = 14.50$$

الوسيط

$$Md = 14 + (\frac{50-42}{30})2 = 14.53$$

الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{\frac{627.03}{99}} = 2.52$$

مقياس بيرسون الأول للألتواء

$$Y_1 = \frac{14.64 - 14.50}{2.52} = 0.06$$

وهو التواء بسيط وموجب

مقياس بيرسون الثاني للألتواء

$$Y_2=\frac{3(14.64-14.53}{2.52}=0.13$$

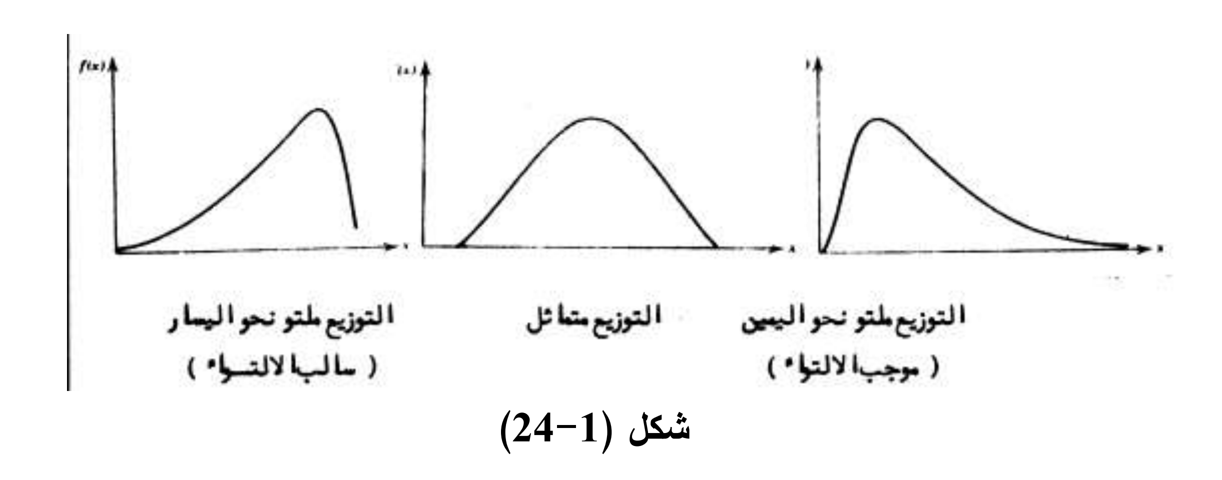
وهو التواء بسيط وموجب

3- معامل الالتواء الرُبيعي: (Quartile Coefficient of Skewness)

سبق وان ذكرنا انه في حالة التوزيعات المتماثلة يقع كل من الربيعين الأدنى والأعلى على بعدين متساويين من قيمة الوسيط، أما في التوزيعات الملتوية فان بعديهما عن قيمة الوسيط مختلفة (شكل (1-24))، وبذلك يكون الفرق بين بعديهما عن قيمة الوسيط مقياسا للألتواء. ويعطى وفقا للصيغة الأتية :

$$Y_3=\frac{(Q_3-Q_2)-(Q_2-Q_1)}{Q_3-Q_1}$$

$$..........=\frac{Q_3-2Q_2+Q_1}{Q_3-Q_1} \qquad (23)$$



شكل (1−24)

ويستعمل هذا المقياس عادة في التوزيعات المفتوحة الأطراف، إلا انه اقل دقة من المقاييس المذكورة نتيجة لإهماله للقيم التي تقع قبل وبعد الربيع الأدنى والأعلى على الترتيب .

4− مقياس الالتواء المئيني : (Perecentile Coefficient of Skewness)

بأتباع ما جاء بمقياس الالتواء الربيعي، وذلك باخذ المئينات في تعريفه، فان مقياس الالتواء المئيني يصبح وفق الصيغة الأتية :

$$Y_4=\frac{(P_{99}-P_{50})-(P_{50}-P_1)}{P_{99}-P_1}$$

$$....=\frac{P_{99}-2P_{50}+P_1}{P_{99}-P_1} \qquad (24)$$

5-معامل الالتواء العزمي: (Cofficient of Momental Skewness)

تعرف درجة واتجاه الالتواء لمجموعة من البيانات الإحصائية المجمعة او غير المجمعة بموجب معامل آخر يعتمد على العزم الثالث (m_3) حول الوسط الحسابي .

تعريف (23): العزم الثالث لمجموعة القيم ($x_1, \quad x_2, \quad ....x_n$) حول وسطها الحسابي يعطى وفقا للصيغة الأتية :

$$..........m_3 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})}{n} \qquad (25)$$

وفي حالة التوزيعات التكرارية فان الصيغة تصبح كالآتي:

$$......m_3 = \frac{\sum(x_J - \bar{x})^3 f_J}{n} \qquad (26)$$

وبما ان العزم الثالث يكون مقاساً بمكعب الوحدة الإحصائية المستخدمة للبيانات الأصلية ، ولأجل التخلص من اثر الوحدة لإغراض المقارنة، يتم تقسيمه على مقياس آخر (التشتت) ، وبوحدات مناظرة ، وبذلك نحصل على مقياس نسبي لا يعتمد على وحدة قياس البيانات، ويعطى وفق الصيغة الأتية:

$$..........Y_5 = \frac{m_3}{S^3} \qquad (27)$$

حيث ان (S): الانحراف المعياري

ويعتبر هذا المقياس من المعاملات المهمة نتيجة لاعتماده على جميع مفردات المجموعة وبذلك يكون أكثر دقة من بقية المقياس المذكورة .

وعموماً ينبغي ان يحقق معامل الالتواء الشرطين الآتيين :

أولاً: تكون درجة معامل الالتواء صفراً في حالة التوزيعات المتماثلة .

ثانياً: لا يعتمد مقياس الالتواء على وحدة القياس المستعملة في البيانات الأصلية ، حيث ان درجته لا تمثل سوى عدد بحت .

كما ويأتي اهمية استخدام معامل الالتواء في أمرين أساسيين :

أ- التعرف على نوعية التواء التوزيع التكراري للبيانات، ففي الحالة التي يكون بها معامل الالتواء موجهاً، فذلك يدل على ان قيمة الوسط الحسابي هي اكبر من قيمة الوسط، بالإضافة الى ان الطرف الأيمن للتوزيع يكون ممتداً أكثر، وبالتالي يكون الالتواء نحو اليمين، وفي الحالة التي يكون بها معامل الالتواء سالباً، فذلك يعني ان الالتواء نحو اليسار والطرف الأيسر للتوزيع يكون ممتداً أكثر .

ب- في حالة اجراء المقارنة بين توزيعين تكراريين او مجموعتين من البيانات فان معامل الالتواء الأكبر للمجموعة يدل على ان توزيعها يكون ملتوياً أكثر من توزيع المجموعة الاخرى .

كما يجب استخدام نفس معامل الالتواء عند اجراء تلك المقارنة، إذ ان كل معامل من المعاملات المذكورة يقيس لنا درجة واتجاه التواء توزيع معين بشكل قد يكون مختلفا ، وذلك وفقا للطريقة المتبعة في استخراجه .

مثال (15): احسب مقياس الالتواء العزمي (Y5) للتوزيع التكراري الخاص بتحديد مدة الحضانة لعينة من المصابين بمرض التايفوئيد (بالأيام) وكما في الجدول الآتي :

الجدول (1- 30)

مراكز الفئات x_J	التكرارات f_J
5	*5*
8	*6*
11	*6*
14	*4*
17	*3*
20	*2*

الحل: نحسب جميع المقادير المطلوبة في الحل كما في الجدول (1- 31)

الجدول (1-31)

x_J	f_J	x_Jf_J	$(x_J-\bar{x})$	$(x_J-\bar{x})^2$	$(x_J-\bar{x})^2 f_J$	$(x_J-\bar{x})^3$	$(x_J-\bar{x})^3 f_J$
5	*5*	*25*	*-6*	*36*	*180*	*-216*	*-1080*
8	*6*	*48*	*-3*	*9*	*54*	*-27*	*-162*
11	*6*	*66*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*

14	4	56	3	9	36	27	108
17	3	51	6	36	108	216	648
20	2	40	9	81	162	729	1458
المجموع	26	286	-	-	540	–	972

الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{286}{26} = 11$$

التباين

$$S^2 = \frac{540}{25} = 21.6$$

العزم الثالث حول الوسط الحسابي

$$m_3 = \frac{972}{26} = 37.38$$

مقياس الالتواء العزمي

$$Y_5 = \frac{37.38}{(21.6)^{3/2}} = 0.372$$

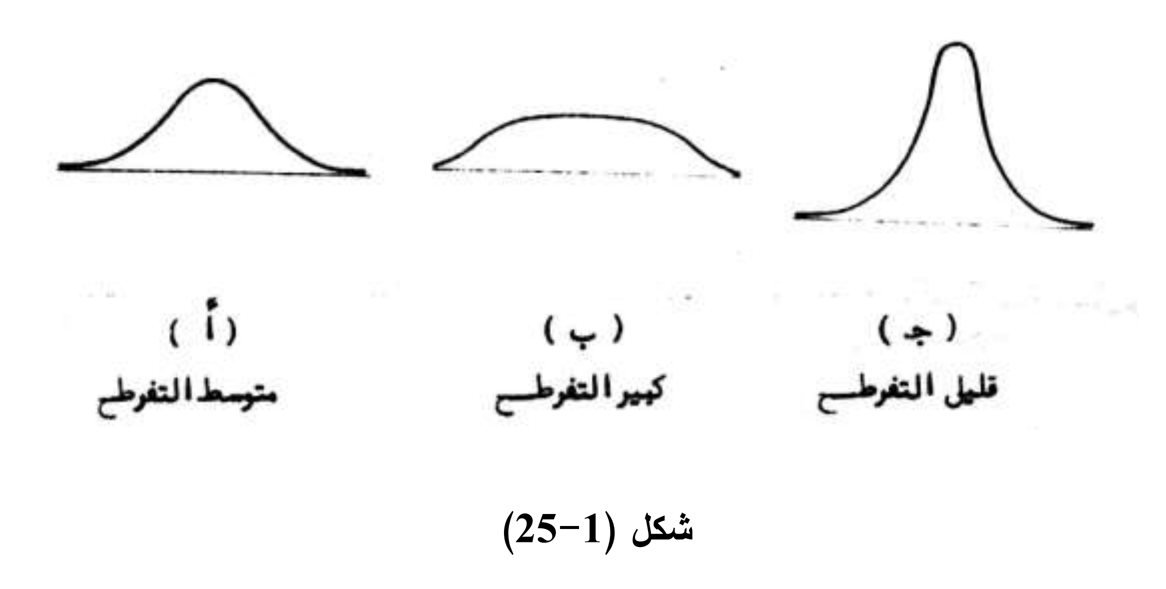
وهو التواء بسيط نسبياً وموجب

ثانياً : مقاييس التفرطح

Measures of Kurtosis

تعريـــف (24): **يعـرف مقيــاس التفــرطح (K) لتوزيــع تكــراري علـــى انـــه قيــاس درجـــة تـــدبب (Peakness) التوزيع قياساً بالتوزيع الطبيعي (Normal Distribution) عادة .**

كما لا يعتمد هذا المقياس على وحدة القياس المستعملة في البيانات الأصلية ، حيث ان درجته لا تمثل سوى عدد بحت. وقد وجد ان درجة معامل تفرطح التوزيع الطبيعي القياسي مساوية لـ(3) ، وعلى ذلك فقد استقر الرأي على اعتبار المنحني المبين بالشكل (1−25) للمنحنى المعطى بالشكل (أ) متوسط التفرطح (Mesokurtic)، وفي ضوء ذلك تتم مقارنة معاملات التفرطح للتوزيعات التكرارية بهدف تحديد مستوياتها . فإذا ما كان قيمة معامل التفرطح اكبر من (3) سمى التوزيع كبير التفرطح (Platykurtic) مثل المنحني المعطى بالشكل (ب) ، حيث تكون قاعدة التوزيع واسعة وطرفاه منخفضين ، وإذا كانت قيمة المعامل اقل من (3) سمى التوزيع مدبباً او قليل التفرطح (Leptokurtic) ، مثل المنحنى المعطى بالشكل (ج) ، حيث تكون قاعدة التوزيع ضيقة وطرفاه مرتفعين .



شكل (1−25)

وسنستعرض فيما يلي معاملات التفرطح الاكثر شيوعاً.

1- معامل التفرطح المئيني : (Percentile Coefficient of Kurtosis)

حيث يستخدم هذا المقياس، الرُبيعات والمئينات ويعطى بالصيغة الآتية :

$$(28) \; .... K_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} - P_{10}}\right)$$

2− معامل التفرطح العزمي : (Moment Coefficient of Kurtosis)

يمكن التعرف على مقدار التفرطح لتوزيع تكراري معين باستخدام العزم الرابع (m4) حول الوسط الحسابي .

تعريف (15): يعرف العزم الرابع (m4) للتوزيع التكراري وفقاً للصيغة الآتية:

$$(29) \quad ....\, m_4 = \frac{\sum (x_J - \bar{x})^4 f_J}{\sum f_J}$$

وللـتخلص مـن اثـر الوحـدة الإحصـائية المسـتخدمة للبيانـات الأصـلية لإغـراض المقارنـة بـين تفـرطح توزيعـات لمتغيـرات مقاسـة بوحـدات مختلفـة، يـتم تقسـيم العـزم الرابـع علـى مقيـاس التشـتت بوحدات مناظرة، وبذلك نحصل على مقياس نسبي كما هو موضح بالصيغة الأتية :

$$(30)...... \qquad K_2 = \frac{m_4}{S^4}$$

حيث ان (S): الانحراف المعياري .

مثال (16): احسب معامل التفرطح للتوزيع التكراري في الجدول (1-32) .

الجدول (1-32)

xJ	fJ	$(x_J - \bar{x})^4$	$(x_J - \bar{x})^4 f_J$
5	*5*	*1296*	*6480*
8	*6*	*81*	*486*
11	*6*	*0*	*0*
14	*4*	*81*	*324*
17	*3*	*1296*	*3888*
20	*2*	*6561*	*13122*
المجموع	*26*	–	*24300*

العزم الرابع حول الوسط الحسابي

$$m_4 = \frac{24300}{26} = 934.62$$

معامل التفرطح العزمي

$$K_2 = \frac{934.62}{(21.6)^2} = 2$$

وبذلك فان التوزيع يكون مفرطحا قياساً بالتوزيع الطبيعي .



1 -البيانات الاتية تمثل مستويات السكر في الدم لمائة طفل:

67	56	59	67	62	75	62	62	63	63
73	74	59	69	55	67	67	65	67	63
56	61	57	77	62	75	63	55	64	60
65	74	65	57	65	62	69	68	68	59
66	73	69	65	73	75	65	58	64	80
69	60	66	58	66	73	75	79	65	64
68	71	72	80	75	57	65	55	81	56
65	64	65	75	65	55	73	81	66	65
72	61	73	69	75	80	68	68	73	63
73	72	59	62	75	74	66	55	67	56

أ- أعمل توزيعاً تكرارياً ذا فئات متساوية بالطول .

ب- احسب الوسط الحسابي للبيانات الأولية ولبيانات جدول التوزيع التكراري .

ج- احسب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف للبيانات الأولية ولبيانات جدول التوزيع التكراري .

د- احسب معامل الالتواء والتفلطح العزمي للبيانات الأولية لبيانات جدول التوزيع التكراري .

هـ- قارن بين نتائج كل مقياس من خلال احتسابه لنوعي البيانات الأولية والمبوبة .

(2) صف من مجال دراستك عينة من البيانات بحيث تكون المعلومات الناتجة من احد مقاييس النزعة المركزية واحد مقاييس التشتت مفيدة .

(3) زمن رد الفعل لشخصين لمثير خارجي قيس بوساطة محلل نفسي وكانت النتائج المسجلة للشخص الأول هي 0.52، 0.49، 0.50، 0.46، 0.53، 0.55، 0.44 ثانية على الترتيب، وللشخص الثاني هي 0.55، 0.39، 0.60، 0.40، 0.58، 0.40، 0.38 ثانية على الترتب. أوجد مقياساً (او أكثر) يؤشر وصفاً حسابياً يمكن بموجبها تمييز رد الفعل ما بين الشخصين.

(4) أخذت عينات من مجتمعين فأعطتا النتائج الآتية:

العينة الأولى	العينة الثانية
$\sum_{i=1}^{40} x_i = 200$	$\sum_{i=1}^{30} y_i = 270$
$\sum_{i=1}^{40} x_i^2 = 1890$	$\sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 2510$

أ- احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل عينة .

ب- إي العينتين أكثر تغيراً

جـ- دمجت العينتان، ما هو الوسط الحسابي للمجموعة الناتجة .

د- احسب التباين التجميعي (او المشترك) ما بين العينتين .

(5) بالرجوع الى بيانات التمرين (5) من القسم الأول . احسب :

أ- وسيط معدلات الوفيات للبلدين A و B.

ب- حدد البلد الذي تكون فيه معدلات الوفيات الخام أكثر تغيراً من البلد الآخر.

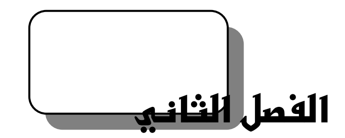
(6) في بحث لتصنيف حالات تقويم الأسنان. تم سحب عينة عشوائية من بين مراجعي احدى العيادات الخاصة بطبابة وتقويم الأسنان، وصنفت بموجب الطريقة المدروسة الى ثلاثة أصناف بموجب وحدة قياس الزاوية (ANB) يتبعها في ذلك وحدة القياس المقترحة بوحدات الطول بالمليمتر (A-B mm.) وكما في الجدول الآتي:

تسلسل المراجع	الطريقة المدروسة ANB	الطريقة المقترحة A- B m.m	تصنيف الحالة
1	5.0	12	II
2	7.0	11	II
3	7.0	9	II
4	9.5	22	II
5	1.0	5	I
6	4.0	10	I
7	1.0	11	I
8	2.5	11	I
9	0.5	9	I
10	0.5	10	I
11	2.0	13	I
12	− 0.5	5	III
13	− 4.5	− 2	III
14	− 6.0	− 1	III
15	− 3.0	6	III
16	− 3.5	4	III
17	4.5	15	II
18	9.0	18	II
19	3.5	11	I
20	4.5	12	II
21	− 3.0	2	III
22	2.5	7	I

أ- إي الطريقتين أكثر تغيراً ؟

ب- صنف قراءات كل حالة من الحالات الثلاث على انفراد، ثم احسب التباين المشترك لكل منها ؟ .

جـ- صنف تصاعدياً مقادير الفرق في قياس التغير ما بين الطريقتين المدروسة والمقترحة لكل حالة من حالات التصنيف الثلاث .



الفصل الثاني

1-2 الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية

Probabilities & Probability Distributions

الاحتمال The Probability

مقدمة: Introduction

فـي أحيـان كثيـرة يلعـب الاحتمـال دوراً مهمـاً فـي حياتنـا اليوميـة ، فمـثلاً قـد يعتقـد احـد المختصـين فـي معالجـة الأورام السـرطانية بـان احـد المصـابين لديـه احتمـال ضـعيف للبقـاء حيـاً بعـد معالجتـه بطريقـة الجراحـة، او ان يقـال بـان عـدد الأسـرة التـي يجـب ان تتـوفر لـدى احـد المراكـز الطبيـة يجـب ان لا تقـل عـن عـدد معـين بغيـة إمكانيـة اسـتقبال المستشـفى لكافـة حـالات المتوقعـة وبالتـالي القـول بـان احتمـال حصـول المرضـى المـراجعين علـى فرصـة الرقـود هـي علـى درجـة عاليـة ونسـمع ان احتمـال التلـوث بالإشـعاع يكـون أكيـداً نتيجـة لعـدم تطبيـق أسـاليب الوقايـة الصـحيحة... الـخ ، إلا إننـا قـد نحتـاج فـي بعـض الأحيـان التعبيـر عـن الاحتمـال رقميـاً بحيـث يصـبح التعبيـر عـن الاحتمـال بأنـه ضـعيفاً او كبيـراً غير مناسب وذلك توخيا لاعتبارات عديدة منها ما يتعلق بمسألة الدقة او الاستخدام الأمثل... الخ .

ويعبـر عـن القيمـة الاحتماليـة بمقيـاس يكـون الصـفر فـي نهايتـه الصـغرى والواحـد الصـحيح فـي نهايتـه العظمـى، حيـث تشـير النهـايتين الصـغرى والعظمـى الـى حـالتي الاسـتحالة والحقيقـة المطلقـة علـى التـوالي ، لـذلك فـان قيـاس احتمـال ظهـور حـدث (Event) مـا مـن بـين مجموعـة مـن الإحـداث الممكنة الحدوث يكون محدداً بين الصفر والواحد الصحيح .

وفي البنود القادمة من هذا القسم سنعطي شيء من التفصيل عن معنى الاحتمال وأنواعه ، كذلك بعض الخصائص او القواعد المهمة للاحتمال ، ولأهمية تثبيت بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بموضوع نظرية المجاميع باعتبارها أداة رياضية مهمة في فروع عديدة في الرياضيات ومنها دراسة الاحتمال ، فقد

تم إعطاء فكرة كافية عن هذا الموضوع ويمكن حذف هذا البند بدون اي تأُثير على متابعة البنود الاخرى وذلك اعتماداً على خلفية القارئ في هذا المجال .

المجموعات : (Sets)

تعتبـر نظريـة المجـاميع احـدى الأدوات الرياضـية المهمـة فـي العديـد مـن فـروع الرياضـيات ، لـذا فـان دراسـة الحـد الأدنـى مـن مفاهيمهـا الأساسـية يعد ذا اهميـة كبيـرة وضـرورية لدراسـة الاحتمـال ، ولأجل دراسة هذا الموضوع نبدأ بتعريف المجموعة :

تعريـف المجموعـة (1) : المجموعـة عبـارة عـن تشـكيل او إطـار يضـم عـدد مـن الأشـياء او العناصـر (Elements) المحـددة او المميـزة، وسنسـتعمل الحـروف اللاتينيـة الكبيـرة مثـل A, B, C, ... لتمثل المجموعات والحروف الصغيرة مثل a, b, c, ... لتمثل الأشياء او العناصر .

وقد توصف المجموعة بإحدى الطريقتين الآتيتين :

أ- طريقة العد : (Roster Method)

حيث توضح كافة عناصر المجموعة بين قوسين.

فمثلاً :

- المجموعة (A) تتضمن على اربعة مرضى هم (a, b, c, d) على الترتيب

A= [a, b, c, d]

- المجموعـة (B) تتضـمن علـى دواء مركـب تـم تحضـيره مـن الأدويـة (1, 2, 3, ..., 10) .

B= [1, 2, 3, ..., 10]

ب- طريقة القانون: (Rule Method)

يـتم وصـف المجموعـة بقـانون يعكـس العناصـر التـي تتكـون منهـا، فمـثلا المجموعـة (A) تتضمن على جميع الحيوانات المختارة في احدى التجارب التي يقل عمرها عن (15) يوماً .

A = [X: 15 عدد صحيح موجب اقل من x]

أنواع المجموعات وبعض العمليات الجبرية على المجموعات :

أ- **المجموعة الخالية : (Empty set) وتعرف عادة بالرمز ϕ او [ ] ، وهي المجموعة التي لا تحتوي على أية عناصر مطلقا .**

ب- **المجموعة الأحادية : (Unit set) وتعرف عادة بالرمز (I) وهي المجموعة التي تحتوي على عنصر واحد فقط .**

ج- **المجموعة الجزئية : (Subset) ، إذا تضمنت المجموعة (A) عنصرا او اكثر من المجموعة (B) وان كل عنصر في (A) هو احد عناصر (B) فان (A) مجموعة جزئية من (B) ويرمز لها $(A \subset B)$.**

د- المجموعة العامة: **(Universal set) : او المجموعة الكلية والتي تعرف بالرمز (∪)، وهي المجموعة التي تحتوي على كافة العناصر ذات العلاقة بموضوع معين، كذلك فهي تحتوي على جميع المجموعات الجزئية تحت البحث .**

هـ- **التساوي: (Equality) ، إذا تساوت المجموعة (A) مع المجموعة (B) أي (A=B) فأنهما يحتويان على نفس العناصر، ويتحقق ذلك إذا كانت $(A \subset B)$ و $(B \subset A)$.**

بعض العمليات الجبرية على المجموعات :

أ- الاتحاد (Union) :

الاتحاد لمجموعتين (A) و (B) عبارة عن مجموعة ثالثة تتضمن على العناصر الموجودة في A او في B او في كليهما ، وبالرموز $(A \cup B)$ حيث ان :

$$A \cup B = [x / X \in B \text{ OR } x \in A]$$

مثال (1): **لنفترض انه في احدى المراكز الخاصة بمعالجات السرطان يوجد قسم لحالات سرطان الثدي ، يتضمن مجموعة من المرضى (A) ومجموعة من المرضى (B) ، حيث ان :**

A= (1, 2, 3, 4, 5, 6)

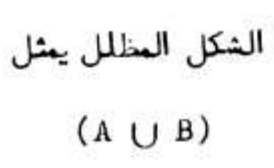
وهم جميع المرضى المسجلين الذين يتلقون علاجا دوائيا .

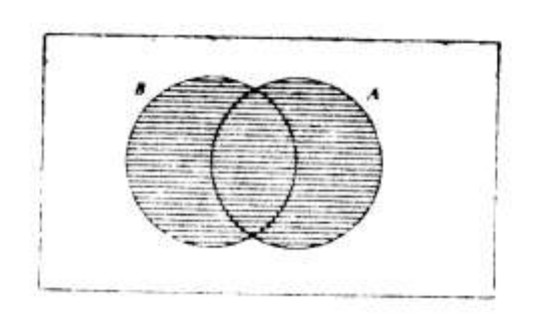
B= (2, 4, 7, 8, 9, 10, 11)

وهم جميع المرضى المسجلين الذين يتلقون علاجا بالإشعاع .
فان اتحاد هاتين المجموعتين هو :

$(A \cup B) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)$

والشكل (1− 26) يعطي توضيحا لعملية الاتحاد بين المجموعتين ، ويعرف بشكل فان (Venn Diagram) .





الشكل (1− 26)
الشكل المظلل يمثل (A ∪ B)

ب. التقاطع : Intersection

التقاطع لمجموعتين A و B عبارة عن مجموعة العناصر المشتركة بين A و B وبالرموز B ⋂ A حيث ان :

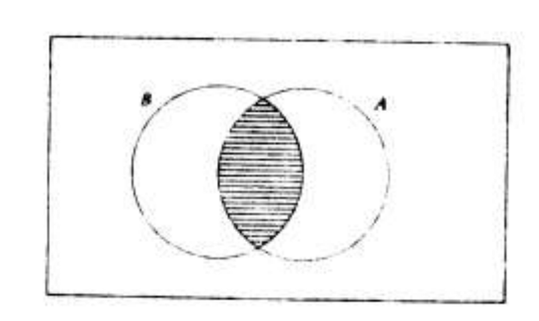
$A \cap B = [\ x/x \in B, X \in A]$

مثال (2): اوجد مجموعة التقاطع للمثال (1) .

الحل: ان مجموعة التقاطع B ⋂ A او AB تتضمن جميع المرضى الذين يتلقون كل العلاجين (الدواء والإشعاع) في آن واحد .

$AB= [2, 4]$

والشكل (1-27) يعطي توضيحا لعملية التقاطع بين المجموعتين .



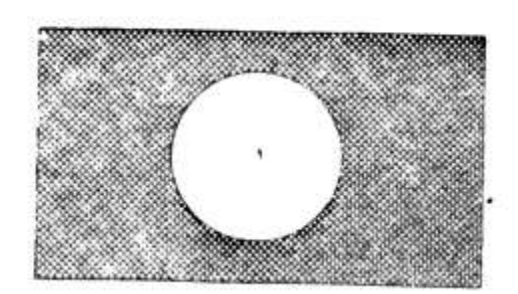
الشكل (1−27)
الشكل المظلل يمثل $(A \cap B)$

جـ. المتممة: (Complement)

إذا كانت المجموعة **A** مجموعة جزئية من المجموعة العامة **S** ، فأن متممة **A** هي جميع العناصر المنتمية الى **S** والتي لا تنتمي الى **A** ، و يرمز لها "A^c" وبطريقة القانون فأن المتممة :

$A^c = [X / x \in S, x \in A)$

والشكل (**1−28**) يوضح لنا ذلك .



الشكل (**1−28**)
الشكل المظلل يمثل المتممة

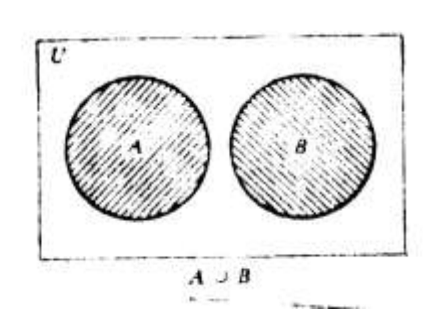
د. المجاميع المنفصلة Disjoint sets

إذا كـــان لـــدينا مجموعتـــان A و B لا تشـــتركان فـــي أي عنصـــر نقـــول ان المجموعتـــان منفصـلتان عـن بعضـها الـبعض . وبعبـارة أخـرى فـأن تقـاطع المجـاميع المنفصـلة تكـون مجموعـة خاليـة (Null set) .

$A \cap B = \varnothing$

والشكل (1−29) يوضح لنا ذلك .

الشكل المظلل يمثـل المجموعتين A & B



الشكل (1−29)

الشكل المظلل يمثل المجموعتين B & A

وندرج أدناه بعض الخواص الجبرية ذات العلاقة بالمجاميع ومن دون برهان .

هـ. خاصية التبديل : Commutative Law

خاصية التبديل للاتحاد $A \cup B = B \cup A$

خاصية التبديل للتقاطع $A \cap B = B \cap A$

و. خاصية التجميع : Associative Law

خاصية التجميع للاتحاد $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

خاصية التجميع للتقاطع $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

ز. خاصية التوزيع : Distributive Law

خاصية توزيع التقاطع على الاتحاد $A \cap (B \cup C)=(A \cap B) \cup (A \cap C)$

خاصية توزيع الاتحاد على التقاطع $A \cup (B \cap C)=(A \cup B) \cap (A \cup C)$

ح. خاصية المتممة : Complete Law

خاصية الاتحاد $(A\cup B)^c = A^c \cap B^c$

خاصية التقاطع $(A\cap B)^c = A^c \cup B^c$

ويمكن تطبيق تلك الخواص الجبرية على (**n**) من المجموعات بدل من مجموعتين .

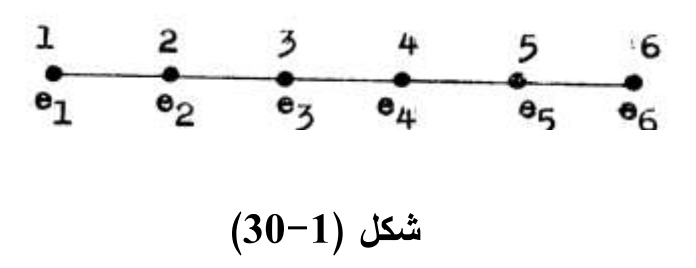
فضاء العينة : Sample Space

يستخدم علم الاحصاء في استقراء النتائج واتخاذ القرارات من خلال عملية التحليل للبيانات والقراءات المسجلة الناتجة عن اجراء التجارب المختلفة ، وتعرف التجربة الإحصائية . (**Statistical Experiment**) على انها التجربة التي تكون نتائجها غير معروفة قبل إجرائها ، أي التي ترتبط فيها الشكوك او عدم التأكيدات مع مختلف نواتجها . فمن التجارب التي تعتمد على عامل الصدفة ، إذا ما رمينا قطعة من النقد، فان النتيجة تكون إما صورة وإما كتابة ، وفي تجربة رمي زهرة (النرد) ذي الأوجه الستة فأن النتيجة ان يظهر عدد معين من بين الإعداد (**6, 5, 4, 3, 2, 1**) لا يكون معروفا بشكل قطعي قبل اجراء عملية الرمي .

ويتم تمثيل نتيجة من النتائج الممكنة الحدوث للتجربة بنقطة ، ففي تجربة رمي قطعة النقود يمكننا تحديد نقطتين بالرموز e_1, e_2 وعليه فأن **e1** تمثل حدث الحصول على **H** (الصورة) و e_2 تمثل حدث الحصول على **T** (الكتابة) .

وفي تجربة رمي زهرة النرد مرة واحدة تستخدم ستة نقط هي ($e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$) .

والشكل (1−30) يوضح عنونة النقط بالرموز المكتوبة فوق النقط مباشرة .



شكل (1−30)

هي المجموعة التي تضم كل النتائج المحتملة لتجربة تحدث عن طريق الصدفة او الاختبار ، وكل نتيجة في التجربة تسمى عنصراً او نقطة في فضاء العينة (**Sample Point**) .

تعريف (1): الحادث (E)

هو مجموعة محددة من عناصر مجموعة فضاء العينة، أي مجموعة جزئية من مجموعة فضاء العينة، ويسمى حادثا بسيطا (**Simple Event**) إذا احتوى على عنصرا او نقطة واحدة من فضاء العينة، إما إذا احتوى على أكثر من عنصر او نقطة فيسمى حادثا مركبا (**Component Event**) .

مثال (3): في تجربة رمي قطعة نقود ثلاث مرات فان مجموعة النقط التي تمثل النتائج الممكنة، أي فضاء العينة للتجربة يكون :

$$S = \begin{pmatrix} HHH & HHT & HTH & THH & HTT & THT & TTH & TTT \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{pmatrix}$$

ويعبر عن المجموعات الجزئية التالية بالنقط :

حيث أن :

$A_1 = (e_1, e_8)$ A_1 حادث مركب

$A_2 = (e_2, e_8)$ A_2 حادث مركب

$A_3 = (e_2, e_6, e_8)$ A_3 حادث مركب

$A_4 = (e_1)$ A_4 حادث بسيط

وبما ان الحوادث هي مجموعات جزئية من فضاء العينة (S)، فان العمليات الجبرية على المجموعات يمكن تطبيقها على الحوادث ايضا .

مثال (4): الجدول الآتي يبين المرضى الذين راجعوا إحدى مستشفيات معالجة الأمراض المتوطنة خلال سنة ، مصنفين حسب فئات العمر $n(A_i)$ بالسنوات ونوع الإصابة $n(B_j)$ ، حيث ان $(i=1, 2, 3,4)$ و $(J = 1,2, \ldots,9)$.

جدول (1−31)

أعداد المرضى الذين راجعوا إحدى المستشفيات المختصة بحالة الأمراض المتوطنة خلال السنة مصنفين بحسب الفئات العمرية ونوع الورم السرطاني

A_i B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	المجموع
A_1 (15-25)	*10*	*20*	*13*	*27*	*150*	*11*	*42*	*5*	*120*	*398*
A_2 (26-30)	*15*	*130*	*62*	*151*	*375*	*121*	*102*	*251*	*35*	*1242*
A_3 (31-35)	*250*	*351*	*63*	*82*	*442*	*81*	*190*	*15*	*501*	*1975*
A_4 (36 ≥)	*750*	*351*	*100*	*121*	*203*	*31*	*122*	*110*	*805*	*2613*
المجموع	*1025*	*825*	*238*	*381*	*1970*	*244*	*456*	*381*	*1418*	*6228*

المصدر: (11) العربية

من بيانات الجدول أعلاه نجد ان عدد المرضى لكل مجموعة من المجاميع الأتية :

تتضمن المصابين بنوع المرض B1 من الذين أعمارهم 36 سنة فأكثر .

a) $B1 \cap A4 = 750$

B2 + A2 – B2A2

b) $n(B2 \cup A2) = 852 + 1242 - 130 =$

$852 + 1242 - 130 = 1964$

هـذه المجموعـة تتضـمن عـدد المصـابين بنـوع المـرض (B_2) او مختلـف الأنـواع الأخـرى مـن الأمـراض الـذين تتـراوح أعمـارهم مـا بـين (30−26) او كلاهمـا، وان العـدد 130 الـذي يعبـر عـن عـدد المصـابين بنـوع المـرض (B_2) للـذين أعمـارهم تتـراوح مـا بـين (30−26) سـنة قـد حـذف لكونـه قـد احتسب مرتين .

هذه المجموع تتضمن على

c) $n(A_4^c) = 6228 - 2613 = 3615$

متممة A_4، حيث تشير الى كافة المصابين الذين أعمارهم 35 سنة او اقل هذه المجموعة

d) $(A_3 \cap B_4) \cup (A_3 \cap B_2) = 82+351 = 433$.

تعكس خاصية التقاطع على الاتحاد .

ويمكن القول بأن الاسلوب التقليدي لقياس احتمال وقوع حدث معين (E) من خلال إجرائنا لتجربة ما، إنما يعتمد في ذلك على عدد الحالات الممكنة الحدوث، لذا فان احتمال حدوث الحدث (يسمى نجاحه)، ويرمز له بالرمز (P) .

$$(1) \qquad P = P(E) = \frac{\text{عدد المرات التي يحدث بها الحادث E}}{\text{عدد جميع المرات الممكنة الحدوث}}$$

كما ان احتمال عدم حدوث الحادث E يسمى فشله، ويرمز له بالرمز (q) .

$$q = P(\text{not } E) = 1 - P(E)$$

لذلك فأن الاستحالة المطلقة لحدوث الحدث تمثل النهاية الصغرى لاحتمال وقوعه ،

$P(E) = 0$

بينما تمثل الحد الأعلى لاحتمال وقوعه :

$P(E) = 1$

بهذا فأن $P + q = 1$ او $P(E) + P(\text{Not } E) = 1$.

مثال (5): من بيانات الجدول (1-31) ، افترض انه تم اختيار احد المرضى عشوائيا من بين جميع المرضى ، فما هو احتمال كون هذا المريض في سن 30 سنة او اصغر ؟

الحل:

$$P(E) = \frac{398+1242}{6288} = 0.263$$

يتبين ان الاحتمالات المأخوذة لنقط مجال العينة هي التكرارات النسبية المتوقعة على أساس من اعتبارات التماثل او التكرارات النسبية التجريبية المأخوذة على المدى البعيد، فلا بد ان تكون الاحتمالات أعداداً تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح ، كما يجب ان يكون مجموعها الواحد إذ ان مجموع مجموعة كاملة من التكرارات النسبية يساوي دائما الواحد الصحيح ، فمثلا في

التجارب المرتبطة برمي قطعة نقود او بدحرجة زهرة النرد يكون واضحا ان مجموع الاحتمالات هو الواحد الصحيح. ومع سهولة إدراك ما تقدم إلا أننا لا نعلم فيما إذا كانت هناك نهاية واحدة للتكرار النسبي ، فمثلا إذا كررنا رمي زهرة النرد وحسبنا التكرار النسبي لظهور العدد الفردي الى اعلى فكيف نعلم ان نسبة عدد المرات التي يظهر فيها العدد الفردي في أول **n** من المحاولات سيؤول الى نهاية معينة ثابتة ؟

وحتى لو انتهت هذه النسبة الى نهاية معينة فيكف نتأكد من ان هذه النهاية ستكون نفسها إذا أجريت التجربة **n** من المرات في وقت آخر ؟

وعلى ضوء النقاش السابق، يتضح ان الاحتمال المبني على فكرة التكرار النسبي لا يفي بموضوع دراسة الاحتمالات من الناحية العملية حيث ان الرقم الذي يمثل النهاية قد لا يوجد بالفعل، لهذا السبب فأن نظرية الاحتمال الحديثة تبنى على أساس فروض معينة، حيث تصنف أنواع الاحتمال في ضوء ذلك الى الأصناف التالية :

أولا. الاحتمال الشرطي: Conditional Probability

إذا كان E_1 و E_2 حدثين، فان احتمال حدوث E_2 إذا علم تحقق الحادث E_1 فعلا هو :

$$P(E_2\ given E_1) = P(E_2/E_1) = \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)};\ P(E_1) > 0$$

ويسمى بالاحتمال الشرطي لـ E_2 إذا كانت E_1 حدثت بالفعل .

وكذلك ايضا فأن احتمال حدوث E_1 إذا علم تحقق الحادث E_2 فعلا هو :

$$P(E_1\ given E_2) = P(E_1/E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)};\ P(E_2) > 0$$

ويسمى بالاحتمال الشرطي لـ E_1 إذا كانت E_2 قد حدثت بالفعل .

مثال (6): من بيانات الجدول (1-31) احسب احتمال اختيار احد المصابين بنوع الإصابة (B_1) من بين مجموع المصابين (6228)، ثم احسب احتمال ان يكون من نفس المجموع (B_1) من بين الذين أعمارهم أكثر من 35 سنة(المجموعة A_4) ؟

الحل: ان احتمال كون المصاب الذي تم اختياره من بين مجموع المصابين (6228) يقع ضمن نوع الإصابة (B_1) هو احتمال غير شرطي، حيث لم تحدد أية شروط على مجموعة المشاهدات ويتم حسابه كما يلي :

$$P(B_1/A_4) = \frac{n(B_1 \cap A_4)}{n(A_4)} = \frac{750}{2613} = 0.287$$

ثانيا. الاستقلال : (Independence)

إذا كان E_1 و E_2 حدثين، وان حدوث أو عدم حدوث E_1 لن يؤثر على احتمال حدوث E_2، أي إذا كان :

$$P(E_2 / E_1) = P(E_2)$$

فهذا يعني إن احتمال حدوث E_2 إذا علم E_1 لم يتغير ولم يتأثر بهذا الحدوث وبقي مساوياً لاحتمال حدوث E_2 في الأصل، ففي هذه الحالة نقول ان الحادث (E_1) مستقل عن الحادث (E_2)، وبالمثل نقول إن الحادث (E_1) مستقل عن الحادث (E_2) إذا كان :

$$P(E_2 / E_1) = P(E_1)$$

وبالرجوع إلى صيغة الاحتمال الشرطي (4) نجد إن:

$$P(E_1 / E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = P(E_1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

إذن :

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \, . \, P(E_2)$$

وبشكل عام إذا كان $E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$ عدد **n** من الأحداث المستقلة واحتمالاتها على الترتيب $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ فان احتمال حدوث ($E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$) هو:

$$p(E_1 E_2 E_3 \ldots\ldots E_n) = P(E_1) \, . \, P(E_2) . \, P(E_3) \ldots\ldots P(E_n)$$

مثال (7): إذا كان احتمال إن يبقى **A** على قيد الحياة **20** عاماً هو **0.7** واحتمال أن يظل **B** على قيد الحياة **20** عاماً هو **0.5** فان احتمال أن يظل الاثنان على قيد الحياة **20** عاماً هو :

$$P(A \cap B) = P(A) . \, P(B)$$
$$= (0.7)(0.5) = 0.35$$

ثالثاً . الأحداث المتنافية: (Mutually Exclusive)

في حدثين أو عدة أحداث إذا كان حدوث أحدهما يمنع الآخر أو الآخرين فإنه يطلق عليها أحداث متنافية، فإذا كانت E_1 و E_2 حادثين متنافيين فان $(E_1 \cap E_2) = \varnothing$، وإن احتمال ظهور أحدهما أو الآخر يكون مساوياً لمجموع احتمالاتها بصورة فردية .

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

مثال (8): مـن بيانـات الجـدول (1−31) فـان الحـادثين A_1 و B_1 أي أن يكـون مـن ضـمن المصـابين B_1 وأن يكـون بعمر 25 سـنة أو أقـل هما حـادثين متنـافيين، حيـث $(B_1 \cap A_1) = \varnothing$ ، لـذا فـان الاحتمـال المطلـوب يمثـل اختيـار أحـد المرضـى مـن بـين مجموعـة المصـابين (B_1) أو عمـره 25 سـنة واقـل ، أي أن :

$$P(B_1 \cup A_1) = P(B_1) + P(A_1)$$

$$= \frac{1025}{6228} + \frac{398}{6228} = 0.165 + 0.064 = 0.229$$

أمـا فـي الحالـة التـي يكـون بهـا الحـادثين E_1، E_2 غيـر متنـافيين، فـان احتمـال ظهـور أيـاً مـن E_1، E_2 أو كلاهما يعطي بالصيغة التالية .

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

مثال (9): بـالرجوع إلـى بيانـات الجـدول (1−31) فـان احتمـال أن يكـون أحـد المرضـى الـذي يـتم اختيـاره عشـوائياً أمـا من نوع الإصابة (B_1) أو عمره أكثر من 25 سنة أو كلاهما هو :

$$P(B_1 \cup A_4) = P(B_1) + P(A_4) - P(B_1 \cap A_4)$$

$$= \frac{1025}{6228} + \frac{398}{6228} - \frac{750}{6228}$$

$$= 0.109$$

ومـن القواعـد المهمـة والمفيـدة فـي موضـوع الاحتمـال هـي أن احتمـال الحـدث (E) يكـون مسـاوياً للواحـد الصـحيح مطروحـاً منه احتمـال متممتـه (E^c)، وذلـك لكـون الحـدث E ومتممتـه E^c همـا حـادثين متنـافيين وفـي نفـس الوقت فان اتحادهما يعطي فضاء العينة (S) للتجربة قيد البحث .

أي أن :

$$S = E \cup E^c$$
$$P(S) = P(E \cup E^c)$$

وبما أن :

$$P(S) = 1$$
$$P(E \cup E^c) = P(E) + P(E^c) = 1$$
$$P(E) = 1 - P(E^c)$$

مثال (10): لنفترض أنه من بين **1200** مراجعة لمستشفى عام خلال فترة معينة كان هناك **750** مراجعة خاصة، فإذا رمزنا لهذا الحدث بـ **E** ، أحسب قيمة احتمال عدد المراجعات العامة للمستشفى خلال تلك الفترة ؟

الحل:

$$P(E) = \frac{750}{1200} = 0.625$$

وبما أن :

$$P(E^c) = 1 - P(E)$$

$$P(E^c) = 1 - 0.625 = 0.375$$

توزيعات الاحتمال :

Probability Distribution

مقدمة : (Introduction)

في القسمين الأول والثاني كان اهتمامنا منصباً على التوزيعات التكرارية للعينة، وكذلك الطرائق المتعددة لوصف هذه التوزيعات، أما مادة الموضوع التي سيتناولها هذا الباب من هذا الفصل فهي التوزيعات الاحتمالية للمجتمع ودراسة خواصه .

يعتبر التوزيع التكراري للعينة تقديراً للتوزيع التكراري للمجتمع المناظر له، وبديهياً كلما ازداد حجم العينة المختارة من مجتمع الدراسة، كلما اقترب التوزيع التكراري للعينة من التوزيع التكراري للمجتمع . ولكن ما يلاحظ في معظم المسائل الإحصائية عادة، إن حجم العينة لا يكون كبيراً بالدرجة التي يمكن تحديد توزيع المجتمع من خلالها بصورة دقيقة، ومع ذلك فان المعلومات التي تمدنا بها العينة، إضافة إلى المعلومات التي يمكن الحصول عليها من مصادر أخرى ذات علاقة غير مباشرة بتوزيع المجتمع تمكننا من تقدير الطبيعة العامة لتوزيع المجتمع، وهذا التقدير يقودنا إلى ما يسمى بالتوزيع الاحتمالي، أو التوزيع النظري .

إن توزيع الاحتمال هو نموذج رياضي للتوزيع التكراري الواقعي ، والتوزيعات الاحتمالية تقسم بطبيعة الحال إلى نوعين ، الأولى هي توزيعات احتمالية لمتغير متقطع والأخرى توزيعات احتمالية لمتغير مستمر أو متصل ، حيث سنقدم في هذا الباب بعض توزيعات الاحتمال الخاصة، والتي تعتبر من أكثر توزيعات الاحتمال استخداماً في التطبيق العملي وهي توزيع ذي الحدين وبواسون والتوزيع الطبيعي .

المتغيرات العشوائية:

Random Variables

في التجارب الإحصائية المعرفة بالتكرارات النسبية قد لا يكون من الضروري دراسة نقاط فضاء العينة والنتائج الممكنة لها، بقدر اهتمامنا بالقيم العددية المرتبطة بتلك النتائج، فمثلاً، عند دحرجة زهرتي نرد فان اهتمامنا يتركز عادة في العدد الكلي للنقاط التي تظهر، إذ إن هذا العدد هو كل ما يهمنا بالتجربة، لذا فان القيم العددية هذه هي ما نعبر عنه بقيم المتغير العشوائي .

تعريـف (2): المتغيـر العشـوائي : هـو دالـة ذات قيمـة عدديـة مجـال تعريفـه فضـاء العينـة وتسـتخدم كلمـة "عشـوائي" للدلالـة علـى أن القيـم التـي يأخـذها هـذا المتغيـر فـي تجربـة مـا تتوقـف علـى نـاتج التجربة الذي يعتمد بدوره على عامل الصدفة .

مثال (12): فـي تجربـة رمـي قطعـة نقـود متزنـة (**3**) مـرات ، فـإذا افترضـنا إن المتغيـر **X** يشـير إلـى العـدد الكلـي لظهـور الوجه (**H**) ، فان فضاء العينة للتجربة يكون :

S =

3	2	2	2	1	1	1	0
•	•	•	•	•	•	•	•
HHH	HHT	HTH	THH	HTT	THT	TTH	TTT

نلاحـظ إن القـيم التـي يأخـذها المتغيـر **X** هـي (**3،2،1،0**) وبهـذا فـان **X** متغيـر عشـوائي مجـال تعريفـه (**S**) ومـداه القـيم العدديـة (**3،2،1،0**) وهـي بمثابـة أحـداث مركبـة يمكننـا معالجتهـا كأحـداث بسـيطة فـي مجـال عينـة جديـدة مـن أربـع نقـط، كـل قيمـة منهـا تقتـرن بقيمـة للمتغيـر العشـوائي **X** ، ومـن خـلال حسـابنا لاحتمـالات الأحـداث المركبة على الترتيب

$$P(0) = \frac{1}{8}, \quad P(1) = \frac{3}{8}, \quad P(2) = \frac{3}{8}, \quad P(3) = \frac{1}{8}$$

نحصل على مجال العينة الجديدة مع الاحتمالات المقترنة به، كما في الشكل رقم (1-30).

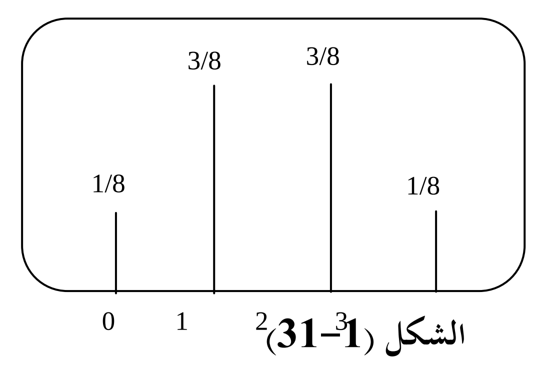
1/8 3/8 3/8 1/8

0 1 2 3

الشكل (1–30)

مجال عينة لمتغير عشوائي عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات

وعلـى العمـوم فـان توزيـع المتغيـر العشـوائي **X** يمثـل التوزيـع الاحتمـالي للمتغيـر ، ولـيس توزيعـه التجريبـي ، وإن التوزيـع الاحتمـالي يتـألف مـن القـيم التـي يمكـن أن يأخـذها المتغيـر **X** مـع القـيم الاحتماليـة المقترنـة بـه ، والشـكل رقـم (**1–30**) يوضح توزيع المتغير العشوائي للمثال (**1**) .



الشكل (1–31)

توزيع متغير عشوائي لرمي قطعة نقود ثلاث مرات

مع تحيات د. سلام حسين عويد الهلالي

https://scholar.google.com/citations?user=t1aAacgAAAAJ&hl=en

salamalhelali@yahoo.com

فيس بك... كروب... رسائل وأطاريح في علوم الحياة

https://www.facebook.com/groups//Biothesis

https://www.researchgate.net/profile//Salam_Ewaid

07807137614



التوزيعات الاحتمالية المتقطعة

Discrete Probability Distribution

تعريف (3): المتغير العشوائي المتقطع :

إذا كان المتغير العشوائي X يمكن أن يأخذ مجموعة ذات عدد محدود من القيم المتقطعة ($X_1, X_2, ..., X_k$) باحتمالات موجبة ($P_1, P_2, ..., P_k$) على الترتيب ، حيث ($P_1 + P_2, ...+ P_k = 1$) فان الدالة الاحتمالية (X) P التي تأخذ القيم الاحتمالية لقيم المتغير العشوائي تسمى بالدالة الاحتمالية ، ويسمى المتغير X بالمتغير العشوائي المتقطع .

إن المتغير العشوائي في المثال (12) هو متغير عشوائي متقطع والجدول (1-32) يبين قيمة واحتمال كل قيمة من تلك القيم .

جدول (1–32)

قيمة x	0	1	2	3
P (X = z)	***8/1***	***8/3***	***8/3***	***8/1***

تعريف (4): التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع عبارة عن جدول أو معادلة أو مخطط أو أي أداة أخرى تصف جميع القيم التي يمكن أن يأخذها متغير عشوائي مع احتمال كل قيمة منها .

لذلك فان الأشكال (1-30) و (1-31) والجدول (1-32) هي تعابير لتوزيعات احتمالية متقطعة،

ويمكن كتابة الجدول (1-32) على صيغة المعادلة الآتية :

$$P(X) = P(X = x) = C_x^{3}{}^{*}\ (.5)^x (.5)^{n-x}$$

$$= \frac{3!}{(3-x)!\,x!}\quad (0.125)$$

وبالتعويض عن قيمة x بأحد القيم (0،1،2،3) في المعادلة أعلاه نحصل على القيمة الاحتمالية المناظرة لها بالجدول (1–32) .

---

* يشير الرمز (x^c) الى الحرف الأول من كلمة Combination بالتوافيق ويستخرج وفقا لما يلي التراتيب الممكنة لـ (n) من الأشياء مأخوذة (x) في كل مرة ويستخرج وفقا للصيغة الآتية: $C_x^n = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}$

وفي ضوء ما تقدم يلاحظ أن التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع **X** يحقق الشروط الآتية :

$$0 \le P(X = x) \le 1$$

$$\sum_{\text{all } x} P(X = x) = 1$$

وفيما يأتي أهم نماذج توزيعات الاحتمال الخاصة بالمتغير العشوائي المتقطع :

أولاً. توزيع ذي الحدين: Binomial Distribution

يعتبر توزيع ذي الحدين أو ما يعرف بالتوزيع الثنائي أحد التوزيعات الاحتمالية المتقطعة والشائعة الاستخدام في الإحصاء التطبيقي ، ويمثل هذا التوزيع عادة البيانات الخاصة بمتغيرات اسمية ثنائية التصنيف ، ففي الكثير من العمليات أو التجارب تكون النتيجة فيها لمحاولة واحدة أحد أمرين متنافيين ، مثال ذلك مريض أو مشافى ، حي أو ميت ، ذكر أو أنثى ، متلوث وغير متلوث ، وأن كل محاولة من هذه المحاولات مشتقة من عملية معروفة باسم "محاولة برنولي" (Bernoulli Trial) وذلك نسبة إلى العالم الرياضي السويسري (James Bernoulli) الذي اكتشفها، وعموماً فالتجربة التي يمكن بها تبويب كل النتائج الممكنة من خلال تكرار وإعادة المحاولات المستقلة عن بعضها البعض بحيث تكون كل محاولة مستقلة عن نتيجة أي محاولة أخرى، فان أمثال هذه التجربة تسمى تجربة ذات الحدين (Binomial Experiment) .

وتجربة ذات الحدين هي كل تجربة إحصائية تتصف بما يأتي :

1. نتيجة كل محاولة للتجربة ينتج عنها إحدى مشاهدتين متنافيتين، أحدهما يعبر عنها اعتباطاً بالنجاح وليكن (**P**) والأخرى بالإخفاق أو الفشل (**q**) .
2. تكون نتيجة كل محاولة مستقلة عن نتيجة أي محاولة أخرى ، أي أن المشاهدة لأية محاولة لا تتأثر بالمشاهدة لأي محاولة أخرى من مجموع محاولات التجربة ، والتي تجري بعدد معين من المحاولات .
3. يبقى احتمال النجاح ثابتاً من محاولة لأخرى، ولذلك فان احتمال الفشل هو ثابت أيضاً ويساوي **q = 1-P** .

<u>تعريف (5):</u> إذا كانت (**X**) تمثل عدد مرات المحاولات الناجحة من بين مجموع عدد المحاولات (**n**) التي تجري بها تجربة ما من تجارب ذات الحدين ، فان المتغير **X** يسمى متغير ذات الحدين ، والتوزيع الاحتمالي له يسمى توزيع ذات الحدين .

ولأجل تحديد النموذج الرياضي للتوزيع الاحتمالي لمتغير ذي الحدين ، نجد أولاً قيمة احتمال وجود **x** من حالات النجاح في (**n**) من المحاولات المستقلة للتجربة، وهنا (**X**) من حالات النجاح ، و (**n-X**) من حالات الفشل، فمن الواضح أن احتمال هذا الحادث هو: $(1-P)^{n-x}$ ، P^x ، وذلك لوجود عامل (**P**) لكل نجاح وعامل (**1-P**) لكل فشل ويضرب العامل **P** ، (**x**) من المرات ، والعامل (**1-P**) ، (**n-x**) من المرات بعضها البعض وذلك بافتراض إن هذه المحاولات البالغ عددها (**n**) من المحاولات المستقلة، وبما أن عدد طرق اختيار **x** نجاحاً من بين (**n**) محاولة يكون مساوياً لعدد التراتيب (**n**) من الأشياء مأخوذة **x** في كل مرة، أي C^n_x ، لذلك فان احتمال الحصول على **x** من حالات النجاح في **n** من المحاولات المستقلة أي **P (x) = P (X=x)** نحصل عليه وفقاً للصيغة الآتية :

$$P(X) = P(X = x) = C^n_x\, p^x\, (1-P)^{n-x}$$

حيث (**X= 0,1,2…….,n**)

إن هذه المعادلة تمثل النموذج الرياضي لتوزيع ذي الحدين والذي يرمز له بـ **b(x,n,p)** ، أي أن:

$$b(x,n,p) = C_x^n P^x q^{n-x} \;;$$

حيث (**n= 0,1,2……..,n**)

مثال (13): لنفترض إن في مجتمع ما وجد أن 52% من الولادات الحية المسجلة كانت من الذكور، فإذا تم اختيار خمسة ولادات عشوائياً فما احتمال كون ثلاثة منهم تعود إلى مواليد الذكور ؟

الحل: بما أن **P = 0.52** ، **q = 0.48**

$$P(X=3) = C^5_3 (0.52)^3 (0.48)^2$$

$$= \frac{5!}{2!\ 3!} (0.140608)(0.2304) = 0.329$$

بقي لابد من التعريف على بعض المؤشرات الإحصائية المهمة لهذا التوزيع وبخاصة الوسط الحسابي والتباين والتي يوضحها الجدول (1-33) .

الجدول (1-33)

بعض خصائص توزيع ذي الحدين	
الوسط	$\mu = np$
التباين	$\sigma^2 = npq$
الانحراف المعياري	$\sigma = \sqrt{npq}$

$\alpha_3 = \frac{q-p}{npq}$	معامل الالتواء باستخدام العزوم
$\alpha_4 = 3 + \frac{1-6pq}{npq}$	معامل التفرطح باستخدام العزوم

نلاحظ ان الجدول (1-33) قد أحتوى على معلمتين (**two Parameters**) في توزيع ذي الحدين هما **n** و **p** وهاتان المعلمتان كافيتان لوصف التوزيع .

مثال (14): احسب متوسط التوزيع في المثال السابق وكذلك الانحراف المعياري .

الحل: وهو الرقم المتوقع لظهور الذكور: **μ= np = 5(0.52) = 2.6**

والانحراف المعياري هو :

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5(0.52)(0.48)}$$

$$= 1.248$$

مثال (15): إذا كان معلوماً ان احتمال وجود وحدات معيبة في منتوج هو (**0.05**) فإذا سحبت عينة من هذا المنتوج بحجم (**20**) وحدة ، فما هو احتمال عدم احتواء تلك العينة على وحدات معيبة ؟

الحل:

$P(X=x) = 0^n{}_X P^x q^{n-x}$

$P(X=0) = C^{20}{}_0 (0.05)^0 (0.95)^{20-0}$

$= (0.95)^{20}$

$= 0.358$

ثانياً: توزيع بواسون : Poisson Distribution

من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة ما يعرف بتوزيع بواسون نسبة إلى العالم الرياضي الفرنسي **Simon D. Poisson** . ويستعمل هذا التوزيع بشكل واسع في علوم الحياة والطب وذلك لوصف سلوك الأحداث النادرة الوقوع، لذلك يسمى أحياناً بتوزيع الأحداث المستحيلة التي تكون فيها فرصة احتمال "النجاح" لحدث ما صغيرة جداً وذلك مقارنة بعدد المحاولات التي تجري للتجربة. وبهذا فان توزيع بواسون يمكن اعتباره حالة خاصة من توزيع ذي الحدين .

تعريف (6): إذا كانت **x** تساوي عدد المشاهدات لحدث عشوائي لفترة زمنية معينة أو منطقة محددة (أو حجم ما من المادة) فاحتمال ظهور **x** هو :

$$P(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

حيث أن الحرف الإغريقي λ (ويلفظ **Lambda**) يشير إلى معدل عدد النجاحات في الفترة الزمنية المعينة أو المنطقة المحددة (أو الحجم المعين من المادة) ، وهي من جانب آخر تمثل معلمة التوزيع الوحيدة، والرمز (**e**) يمثل أساس اللوغارتيم الطبيعي (**2.7183**) المقرب لأربعة مراتب عشرية .

وعموماً فان تجربة بواسون هي كل تجربة تحقق العبارات الآتية :

1. يكون معدل عدد النجاحات (λ) معلوماً .
2. احتمال ظهور نجاح واحد للحدث في فترة زمنية معينة أو منطقة معينة تتناسب مع طول الفترة أو مساحة تلك المنطقة .
3. **في الحالة التي يكون بها حدوث نجاحين أو أكثر في أي جزء متناه في الصغر من الفترة أو المنطقة الصغيرة يعتبر مهملاً وذلك لصغره .**
4. تكون مشاهدات الأحداث مستقلة عن بعضها البعض .

مثال (16): من سجلات إحدى المستشفيات تبين أن معدل المراجعات الطارئة كانت ثلاثة مراجعات يومياً خلال فترة عدة سنوات، احسب احتمال :

1. حدوث مراجعتين بالضبط في يوم معين .

$$P(2;3)=\frac{e^{-3}3^{2}}{2!}=\frac{(0.05)(9)}{(2)(1)}=0.225$$

2. احتمال عدم حدوث أية مراجعة طارئة للمستشفى خلال يوم معين .

$$P(0;3)=\frac{e^{-3}3^{0}}{0!}=\frac{(0.05)(1)}{1}=0.05$$

3. احتمال ثلاثة أو أربعة حالات طارئة تسجل في يوم معين .

بما أن الحدثين متنافيين فإننا نستخدم قاعدة الجمع لإيجاد:

$$\begin{aligned}P(0;3)+P(4;3) &= \frac{e^{-3}3^{3}}{3!}+\frac{e^{-3}3^{4}}{4!}\\ &=\frac{(0.05)(27)}{3.2.1}+\frac{(0.05)(81)}{4.3.2.1}\\ &=0.225+0.16875\\ &=0.39\end{aligned}$$

ويمكـن حسـاب قيمـة $P(x \; ; \; \lambda)$ باسـتخدام الجـدول الملحـق (3) الـذي يعطـي قـيم $e^{-\lambda}$ لقـيم λ المختلفـة أو باستخدام اللوغاريتمات .

ومـن الخـواص المهمـة لتوزيـع بواسـون أن الوسـط μ والتبـاين σ^2 فيـه متسـاويين والجـدول (1–34) يبـين بعض المؤشرات الإحصائية المهمة الخاصة بوصف التوزيع الاحتمالي لبواسون .

جدول (1–34)

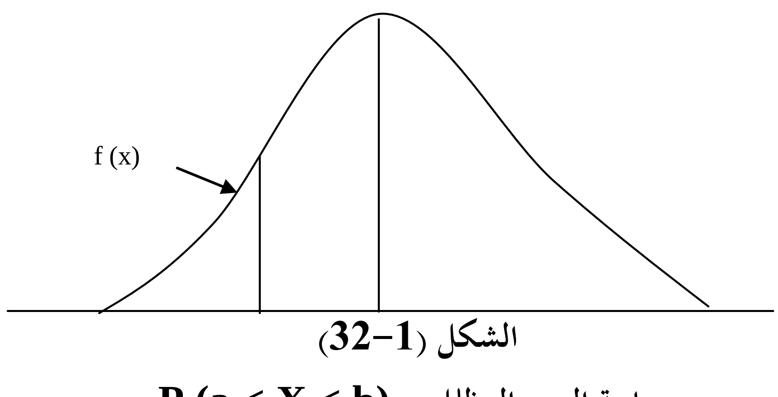
بعض خصائص توزيع بواسون	
الوسط	$\mu = \lambda$
التباين	$\sigma^2 = \lambda$
الانحراف المعياري	$\sigma = \sqrt{\lambda}$
معامل الالتواء العزوم باستخدام	$\alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
معامل التفرطح باستخدام العزوم	$\alpha_4 = 3 + \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

التوزيعات الإحصائية المتصلة

Continuous Probability Distributions

إن التوزيعـات الاحتماليـة الأنفـة الـذكر تخـص المتغيـرات العشـوائية المنفصـلة والتـي تأخـذ قيمـا محـدودة أو معـدودة، وهنـاك متغيـرات عشـوائية تأخـذ عـدداً لا محـدوداً مـن القـيم، أي تكـون جميـع القـيم واقعـة خـلال فتـرة مـا، لـذا فـان المتغيـرات مـن هـذا النـوع تسـمى "متغيـرات عشـوائية متصـلة"، وعلـى ضـوء ذلـك يكـون منحنـى التوزيـع النظـري أو منحنـى الاحتمـال هـو المنحنـى الـذي يمكـن بوسـاطته حسـاب احتمـال وقـوع قـيم المتغيـر العشـوائي المتصـل داخـل فتـرة ما أو داخل فترات على محور x .

ومـن صـفات المتغيـر العشـوائي المتصـل عنـد أخـذه لاحتمـال أيـة قيمـة معينـة يسـاوي صـفراً، والمسـاحة الموضـحة بالشـكل (1–32) والواقعـة تحـت منحنـى الدالـة $f(x)$ تسـاوي الواحـد الصـحيح، أمـا احتمـال وقـوع المتغيـر العشـوائي المتصـل x بـين قيمتـين $x = a$ و $x = b$ يسـاوي قيمـة المسـاحة تحـت منحنـي الدالـة $f(x)$ والمحصـورة بين $x = a$ و $x = b$ والتعبير عن تلك القيمة الاحتمالية هو $P(a < X < b)$.



الشكل (1–32)

$P(a < X < b)$ = مساحة الجزء المظلل

تعريف (7): تسمى الدالة **f(x)** دالة الكثافة الاحتمالية (**Probability Density Function**) للمتغير العشوائي المتصل **X** إذا كانت **f(x)** غير سالبة لجميع قيم المتغير العشوائي .
وفي ضوء ما تقدم يلاحظ أن التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل**x** يحقق الشروط الآتية :

(a) $0 \le P(X=n) \le 1$

(b) $$\int_a^b f(x)\,dx = 1 \;;\; a \le x \le b$$

وفيما يأتي أهم توزيعات الاحتمال الخاصة بالمتغير العشوائي المتصل والمسمى بالتوزيع الطبيعي (**The Normal Distribution**) .

التوزيع الطبيعي:

The Normal Distribution

يعتبر التوزيع الطبيعي أو ما يعرف بتوزيع كوز (**Gaussion Distribution**) نسبة إلى العالم الرياضي (**Carl Friedrich Gauss**) أحد أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة، وتأتي أهميته هذه من الناحيتين النظرية والتطبيقية. هذا، ويوصف التوزيع بمعادلة التوزيع المعرفة بالمعلمتين **μ** التي ترمز إلى وسط التوزيع و σ^2 إلى تباينه .

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

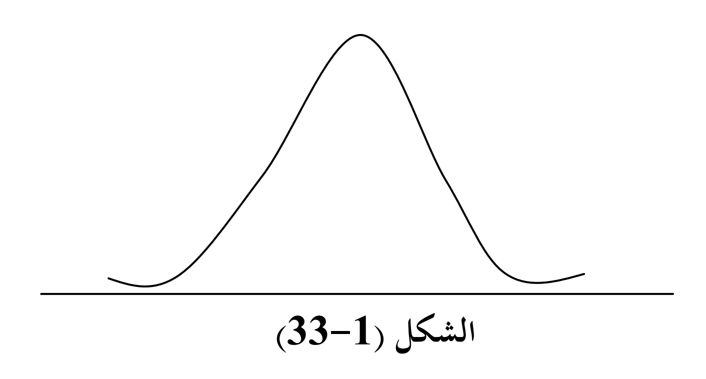
Where $-\infty < X < \infty$ where $-\infty < x < \infty$.

في المعادلة **e** ، **π** هما الثوابت المعروفة **...... 2.71828** و **3.14159** على التوالي ،كما أن قيمة احتمال حدث ما يقع داخل الفترة المغلقة (**a,b**) على محور **x** هو التكامل المحدود لدالة الكثافة الاحتمالية **f(x)** والمعطاة بالمعادلة أعلاه .

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

وفي ضوء ما تقدم فان المتغير العشوائي الموزع طبيعياً هو متغير متصل يأخذ القيم ما بين $-\infty$ ، $+\infty$، وتستخدم معادلته في رسم منحناه الذي يشبه شكل الناقوس، كما أنه يكون متماثلاً على طرفي العمود المقام على نقطة وسطه **x= μ** .

ويقترب منحناه رويداً رويداً من المحور الأفقي دون أن يمسه بغض النظر عن بعد أي من الطرفين على الوسط μ ، وفي معظم التطبيقات العملية يتم إهمال جزئي المنحنى الذي يبتعد عن الوسط بأكثر من أربعة أو خمسة انحرافات معيارية، وعلى الرغم من أن ذلك قد لا يكون واضحاً في رسم صغير كالشكل (**1-33**) .



الشكل (**1-33**)

التوزيع التطبيقي المعياري:

Standard Normal Distribution

تعريف (8): التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي تم تحويل درجاته الاعتيادية إلى درجات معيارية يمكن أن تعبر عن درجات أي توزيع تكراري طبيعي ، ومن خصائص هذا التوزيع المعياري أن له وسط **0** = μ وانحراف معياري **σ=1** .

ويمكن استخراج الدرجة المعيارية لأي درجة خام بوساطة صيغة التحويل بالدرجات المعيارية :

$$(Z = \frac{x-\mu}{\sigma})$$

فمثلاً إذا كانت **x** تخضع للتوزيع الطبيعي ذي **60** =μ ، **36** =σ^2 فان **Z = (X – 60)/5** تخضع للتوزيع الطبيعي المعياري ، ويعبر عن التوزيع الطبيعي المعياري بالرمز **Z: N (O;1)** وتكون معادلته معرفة بالدالة **f(z)** :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z/2} ; -\infty < z < \infty$$

وحيث أن المساحة تحت منحنى التوزيع المتصل يمكن إيجادها بتكامل الدالة بين قيمتين محددتين ، فان المساحة خلال الفترة (z_0, z_1) للتوزيع الطبيعي المعياري تساوي :

$$(*) \left(F(z) = \int_{z0}^{z1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^{2/2}} dz \right)$$

وبما أن كلا المعلمتين μ ، σ^2 يحددان المساحة تحت المنحني الطبيعي لأية فترة على المحور **x** ، لذا يتعذر والحالة هذه من وضع جداول لجميع قيم μ، σ^2 . لذلك نلجأ في حسابنا للمساحات تحت المنحني الطبيعي على تحويله إلى توزيع طبيعي معياري ، أي تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية ومن ثم إيجاد

المساحة المطلوبة من جداول التوزيع الطبيعي المعياري التي تعطي المساحة بين الصفر وقيمة **z** الموجبة (الملحق **4**) .

مثال (17): إذا علمنا أن متوسط فترة أيام الرقود في إحدى المراكز الطبية الخاصة بمعالجة الأمراض المزمنة ولنوع معين من الأمراض هو (**50**) يوماً مع انحراف معياري قدره (**15**) يوماً ، فإذا كانت أيام الرقود تتبع التوزيع الطبيعي ، فما هو احتمال أن المريض الذي يتم اختياره عشوائياً تكون لديه فترة رقود :

أ. تزيد عن (**80**) يوماً .

ب. ما بين (**50**) و (**60**) يوماً .

(*) الدالة تسمى بدالة الكثافة التجميعية (c.d.f) ويشار اليها بالرمز F (Z) .

الحل:

(أ)

$$P(X \le 80) = P(\frac{x-60}{15} > \frac{80-50}{15})$$
$$= P(Z > \frac{80-50}{15})$$
$$= P(Z > 2)$$
$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 2)$$

ومن الجدول (الملحق **4**) مباشرة فان النتيجة المطلوبة عن قيمة (**Z**) التي تساوي أو تزيد عن (**2**) تساوي :

$P(X \ge 80) = 0.5 - 0.4772$
$= 0.0228$

(ب)

$$P(30 \le X \le 60) = P(\frac{30-50}{1.5} \le Z \le \frac{60-50}{1.5}$$
$$= P(-1.33 \le Z \le 0.67)$$
$$= P(-1.33 \le Z \le 0) + (0 \le Z \le 0.67)$$
$$= 0.4082 + 0.2486$$
$$= 0.6568$$

مثال (18): إذا كان معدل الهلاك نتيجة للإصابة بمرض معين في بلد ما هو (**0.02**) فإذا كانت قراءات الكشف عن ذلك المرض تخضع للتوزيع الطبيعي ذي الوسط (**65**) والتباين (**49**) ، فما هي اقل قراءة تمثل حالة الإصابة بذلك المرض .

الحل:

$$P(X > a) = 0.02$$

$$= P(\frac{X-65}{7} > \frac{a-65}{7}) = 0.02$$

$$= P(Z < \frac{a-65}{7}) = 0.02$$

$$= P(0 \le Z \le \frac{a-65}{7}) = 0.5 - 0.02 = 0.48$$

وهـي القيمـة التـي تحقـق القيمـة $\frac{a-65}{7} = 2.05$ الاحتماليـة المقابلـة تقريبـاً فـي الجـدول (الملحق **4**) .

وعليه فان اقل قراءة متوقعة هي (وحدة قياس) **a=79.35** .

تقريب توزيع ذي الحدين بالتوزيع الطبيعي

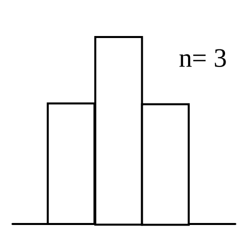
Normal Approximation Binomial

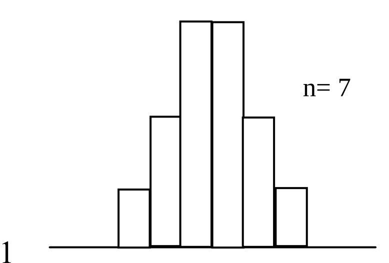
فـي بعـض الأحيـان عنـدما تكـون عـدد المحـاولات (**n**) كبيـرة، عنـدها تصـبح عمليـة تطبيـق العلاقـة الخاصـة بتوزيـع ذي الحـدين مـن حيـث إجـراء العمليـات الحسـابية مطولـة للغايـة وبالتـالي ، فانـه يمكـن تطبيـق المنحنـي الطبيعـي علـى المـدرج الاحتمـالي لتوزيـع ذي الحـدين الـذي يكـون فيـه كـل مـن **p** ، **q** (احتمـال النجـاح واحتمـال الفشـل) ليسـا قـريبين مـن الصـفر. وإن التقريـب لهـذا الغـرض يكـون بـالتوزيع الطبيعـي ذي المتغيـر المعيـاري المعطـى بالصيغة :

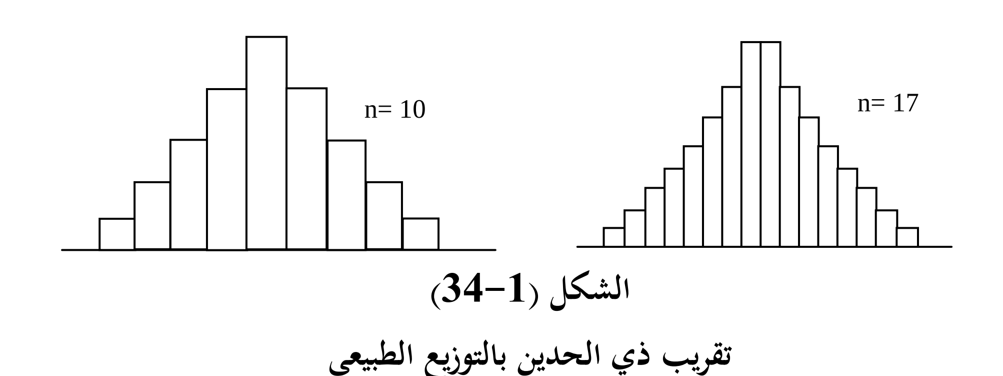
$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

حيـث يتضـح أن وسـط وتبـاين التوزيـع الطبيعـي المسـتخدم هـو نفـس وسـط وتبـاين ذي الحـدين علـى التـوالي.
هذا ومن الناحية العملية فان التقريب يعد جيداً إذا كان كل من **nq** ، **np** اكبر من **5** .

والشـكل (**1-34**) يوضـح المـدرج التكـراري لتوزيعـات ذات الحـدين عنـدما (**p=0.5**) و **n= 3,7,10,17**
ويلاحـظ أن هـذه التوزيعـات تقتـرب مـن الشـكل الناقوسـي المتماثـل للتوزيـع الطبيعـي كلمـا زادت **n**، وفـي المـا لانهايـة تصبح العلاقة مضبوطة .







الشكل (1-34)

تقريب ذي الحدين بالتوزيع الطبيعي

مثال (19): إذا كان لمتغير ذي الحدين **x** الذي فيه **n=10** و **p=0.50** احسب قيمة الاحتمال **p (4≤ X≤ 6)** باستخدام النموذج الرياضي للتوزيع ومن ثم أجرى عملية المقارنة للقيمة الاحتمالية بالتقريب بالتوزيع الطبيعي ؟

الحل:

$$P(4 \le X \le 6) = b(4;10;0.5) + b(5;10;0.5) + b(6;10;0.5)$$
$$= C^{10}_4 (0.5)^4 (0.5)^6 + C^{10}_5 (0.5)^5 (0.5)^5 + C^{10}_6 (0.5)^6$$
$$= 0.205 + 0.246 + 0.205$$
$$= 0.656$$

ولإيجاد **p (4≤ X≤ 6)** تحت المنحني الطبيعي نلاحظ أن هذه المساحة تقرب بالمساحة **p (3.5≤ X≤ 6.5)** . حيث أن :

$$\mu = np \quad = (10)(0.5) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(10)(0.8)(0.5)} = 1.58$$
$$P(4 \le X \le 6) = P(3.5 \le X \le 6.5)$$
$$= P(\frac{3.5-5}{1.58} \le \frac{X-5}{1.58} \le \frac{6.5-5}{1.58})$$
$$= P(-0.949 \le Z \le 0.949)$$
$$= P(0 \le Z \le 0.949 + P(0 \le Z \le 0.949)$$
$$= 0.3289 + 0.3289$$
$$= 0.6578$$

وكما يظهر فان الفرق بين الإجابتين اقل من **0.002** وهذا يدل أن مطابقة المنحنى الطبيعي على المدرج التكراري الاحتمالي للتوزيع ذي الحدين كان جيداً وتزداد هذه المطابقة في الجودة كلما كبرت (**n**) واقتربت (**p**) من النصف .

وهناك بعض الحالات التي يكون فيها من المناسب استخدام نسبة مرات النجاح $\frac{x}{n}$ في **n** من المحاولات بقسمة البسط والمقام في الصيغة (**17**) على **n** ، فان قيمة **Z** تصبح :

$$Z = \frac{P^{\wedge} - P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

حيث أن : $P^{\wedge} = \frac{X}{n}$

مثال (20): إذا كان **5%** من الأفراد الذين يطعمون ضد مرض معين يعانون ردود فعل لهذا التطعيم غير مستحبة وخطيرة، باستخدام التقريب الطبيعي، احسب احتمال ان يعاني مثل ردود الفعل هذه أكثر من **8%** من أفراد مطعمين عددهم **200** ؟

الحل: بتطبيق الصيغة (**18**) نحسب :

$$Z = \frac{0.08 - 0.05}{\sqrt{\frac{(0.05)(0.05)}{200}}} = 1.95$$

ومن الجدول (الملحق **4**) فان :

$$P\ (Z > 1.95) = 0.5 - P\ (0 \le Z \le 1.95)$$
$$= 0.5 - 0.4744$$
$$= 0.0256$$

وهو الاحتمال المطلوب

تمارين

1. إذا كانت نسبة التآلف من دواء معين في مصنع للأدوية 0.01، أخذت عينة عشوائية حجمها (50) علبة دواء، ما احتمال أن عدد التآلف في العينة يساوي صفراً ؟

2. إذا كان عدد حوادث الوفاة في مستشفى معين بالمعدل (**3**) في اليوم، ما احتمال أن يزيد عدد الحوادث عن خمسة في يوم ما ؟ إذا علم انه كان هناك أكثر من حادثين فما احتمال أن عدد الحوادث كان خمسة بالضبط؟

3. الجدول التالي يبين شدة الإصابة بمرض معين مصنفة إلى أربعة مستويات لمجموعة من الأشخاص مصنفين حسب النوع (ذكور وإناث) .

شدة الإصابة (A) / النوع (B)	بسيطة A_1	متوسطة A_2	شديدة A_3	شديدة مزمنة A_4
ذكور B_1	**120**	**110**	**30**	**5**
إناث B_2	**125**	**115**	**35**	**7**

فهل إن شدة الإصابة والنوع مستقلان في هذه المجموعة؟ بين ذلك مستخدماً أسلوب الاحتمالات المناسبة؟

4. من بيانات السؤال (**3**)، احسب ما يلي:

أ. $\mathbf{P(A_2 \cap B_2)}$

ب. احتمال كون المصاب الذي يتم اختياره عشوائياً بحالة إصابة شديدة ومن الذكور .

ج. احتمال اختيار أحد المصابين عشوائياً بحالة متوسط الإصابة ومن كلا النوعين .

5. في مصنع للأدوية تنتج الماكنة (**A**) ما نسبته **35%** من دواء معين والماكنة (**B**) (**45%**)، والماكنة (**C**) (**20%**) من ذلك الدواء أيضاً ، إذا علمنا ان نسبة التآلف هي (**0.5%**) للماكنة (**A**) و (**1.5%**) للماكنة (**B**) و (**2%**) للماكنة (**C**) ، ما احتمال ان تكون إحدى العلب المنتجة تألفه ولم تصنع بواسطة الماكنة (**C**) ؟

6. إذا كــان (**0.3**) مــن المــراجعين لمستشــفى معالجــة الأمــراض المزمنــة يشــكون مــن ارتفــاع الســكر فــي الــدم وإن (**0.15**) مــن المــراجعين يشــكون مــن مــرض ارتفــاع ضــغط الــدم وإن (**0.10**) مــن المــراجعين يشــكون مــن أمــراض عجــز الكليــة وإن (**0.07**) يشــكون مــن الأمــراض الثلاثــة معــاً، مــا احتمــال أن أحــد المــراجعين يشــكو مــن أحــد الأمراض الثلاثة على الأقل؟ هل إن ضغط الدم ومرض عجز الكلية مستقلان؟

7. يبلــغ وســط حيــاة بطاريــة جهــاز القلــب الاصــطناعي المصــنوعة فــي أحــد المراكــز الطبيــة **15000** ســاعة بــانحراف معيــاري **1250** ســاعة، علــى افتــراض أن حيــاة هــذه البطاريــات تخضــع للتوزيــع الطبيعــي، أوجــد احتمــال أن أحــد البطاريات المختارة عشوائياً تتوقف عن العمل في اقل من **12000** ساعة .

8. إذا كـان معـدل عـدد حـوادث الوفـاة فـي مستشـفى معـين **16** فـي الأسـبوع مـا احتمـال عـدم حـدوث أي حادثـة وفـاة فـي ذلك المستشفى في أسبوع معين؟ ما احتمال حدوث **12** حادثة وفاة أو اقل في أسبوع معين؟

9. نســبة المصــابين بمــرض التهــاب الكبــد الفايروســي فــي مدينــة مــا هــو 0.002، مــا احتمــال عــدم وجــود أي مصــاب بهــذا المــرض فــي أحــد أحيــاء تلــك المدينــة يقطنــه 10000 نسمة؟

10. باســتخدام التقريــب الطبيعــي لبيانــات الســؤال الســابق، احســب احتمــال أن يعــاني مــن ذلــك المــرض أكثــر مــن **0.003** من أفراد ذلك الحي؟

الفصل الثالث

1-3. مقدمة في نظرية العينات
Introduction to Sampling Theory

المقدمة : Introduction

في القسم الأول شاهدنا كيف يتم جمع البيانات الخام (Row data) بطرائق وأساليب مختلفة تعتمد على المصادر التي نحصل منها على البيانات وذلك بغية دراسة المشكلة او الظاهرة قيد البحث .

كذلك فقد لاحظنا عند دراستنا لبعض المقاييس في القسم الثاني كيفية أيجاد أعدادا يتم الحصول عليها من خلال إجراءات حسابية على قيم العينة، ان هذه الأعداد هي تقديرات غير متحيزة (Unbiased Estimator's) تستخدم كتقريب للمعلمات (Parameters) المناظرة لها في المجتمع الذي سحبت منه العينة والتي يطلق عليها عادة بالإحصاءات (Statistics) لذلك فان نظرية العينات تعنى بدراسة العلاقة الموجودة في المجتمع والعينات المسحوبة من ذلك المجتمع. فمثلا قد يرغب عالم الأحياء (البايولوجي) في تحديد النسبة التي يولد بها نوع معين من الأحياء ناقصا من حيث التكوين الجسمي، وقد يرغب احد الباحثين في احدى المستشفيات في تقدير معدل أعمار المرضى الداخلين الى المستشفى خلال فترة زمنية معينة، وقد يرغب احد المختصين في احد المراكز الخاصة بمعالجة الأورام السرطانية في التعرف على نسبة نوع معين من الإصابات التي تمت معالجتها بأحد العقاقير ويعانون من مضاعفات جانبية نتيجة لذلك العلاج .

فلكل حالة من الحالات المتقدمة يتم تقدير معلمة المجتمع برقم واحد، فقد يقدر عالم الأحياء نسبة تلك الأحياء الناقصة التكوين الجسمي بـ (0.03) ، وقد يجد الباحث في المستشفى ان متوسط أعمار المرضى الداخلين خلال فترة زمنية معينة هو (47) سنة ، والاختصاصي قد يقدر

ان نسبة الأشخاص المعنيين بالعلاج ممن يعانون من مضاعفات جانبية ناتجة عن استخدام عقار معين هي (0.12) .

وفي ضوء ما تقدم فان تلك التقديرات او الإحصاءات تدعى بتقديرات النقطة (Point Estimation) ، وعلى الرغم من ان هذا النوع من التقدير هو الاكثر شيوعا في التعبير عن إيجاد تقدير معين لمعلمة المجتمع إلا انها تنطوي على بعض الأخطاء وذلك لانحراف قيمة المقدر (Estimator) عن قيمة المعلمة التي يقدرها ، لهذا فإننا قد نحتاج أحيانا الى قياس مدى انحراف التقدير عن معلمة المجتمع المناظرة له ، وبهذا نحصل على فترة تحتوي المعلمة المجهولة في داخلها وباحتمال معين وكما تمليه ظروف المسألة التي نحن بصددها . وتدعى هذه الطريقة في التقدير ، باسلوب التقدير بفترة (Interval Estimation) .

ففي هذا القسم سنتعرف على معنى العينة وأسباب اعتمادها واهم طرائق اختيارها ، كذلك التعرف على الأخطاء التي قد تنجم نتيجة لاستخدامها ، وقد اختتمنا هذا القسم بالتطرق الى كيفية تقدير حجم العينة في حالة تقدير فترة الثقة للمتوسطات في المجتمع الإحصائي .

العينة: معناها وأسباب اختيارها:

Sampling & Reasons for Sampling

ان مسالة التعرف على مفهومي العينة (Sample) والمجتمع (Population) يعتبر من المسائل الضرورية والمهمة في الإحصاء وبالأخص الإحصاء الاستدلالي، فان هذا الموضوع يشبه الجسر الذي يربط المواد التي تطرقنا اليها في القسمين السابقين والتي تمثل في حقيقتها مادة وصفية في طبيعتها، بالحقل الثاني للإحصاء المعروف بحقل الاستنتاج الإحصائي .

وهناك بصورة عامة ، أسلوبان لجمع البيانات : الحصر الشامل (census) وطريقة العينة (Sampling Method) ويكون هذان الأسلوبان محل مفاضلة عند دراسة إي مشكلة ، فعندما يتطلب الأمر جمع كل ما يتعلق بتلك المشكلة من معلومات ، إي اجراء عملية الحصر الشامل لكافة العناصر المتعلقة بتلك المشكلة فعندئذ يقال ان أسلوب جمع البيانات هو الحصر الشامل ، إما الأسباب التي تدعو الى اختيار الأسلوب الآخر فيعود الى طبيعة البيانات ذاتها في اغلب الأحيان ، لذلك فان اختيار احد هذين الأسلوبين يعتمد على طبيعة المجتمع ، طبيعة البيانات المطلوبة ، الإمكانيات الفنية والمادية المتاحة ... الخ .

وعموما فان أسلوب العينة يفضل في اغلب الأحيان على أسلوب الحصر الشامل، وسوف نوضح في التفصيل أهم الحالات التي تدعو الى إتباع أسلوب العينة بدلا من إتباع الحصر الشامل وكما يأتي :

أولاً: في بعض المجتمعات يلاحظ عدم إمكانية التوصل الى جميع مفردات أو عناصر المجتمع الامر الذي يتطلب اختيار عينة من بين العناصر التي تتهيأ لدى الجهة المستفيدة، فمثلا إذا أردنا تحديد نسبة الإصابة بمرض معين يصيب الأطفال دون عمر معين منذ عام 1940 حتى الآن فقد يكون من المتعذر وجود سجلات كاملة عن عدد تلك

الإصـابات، كمـا انــه مـن المسـتحيل خلـق ظـروف مماثلـة لتلـك البيانـات المفقـودة ، فانــه والحالـة هذه يـتم اللجوء الـى اختيـار عينـة مُمَثلـة بمـا متـوفر مـن بيانـات حـول الإصـابة بـذلك المرض ، ومنها تعمم على إنحاء المنطقة المشمولة بالدراسة .

ثانيـاً: يكـون لطبيعـة البيانـات فـي بعض الأحيـاء سببا فـي اللجوء الـى استخدام طريقـة العينـة بـدلا مـن عمليـة المسـح الشـامل، فـإذا أردنـا دراسـة مـدى دقـة مصـنع للأدويـة ينـتج نوعـا مـن العـلاج يحتـوي علـى مـادة فعالـة فـي العـلاج، بحيـث يتطلـب الامـر ان تكـون كميـة هـذه المـادة محـددة بشـكل دقيـق فانـه مـن غيـر المعقـول ان نتحقـق عـن مـدى دقـة المصـنع فـي اضـافة هذه الكميـة الـى كـل حبـة مـن حبـوب هذا العـلاج لـذلك لابـد مـن اللجـوء الـى أسـلوب العينـة .

كمـا ويلاحـظ مـن خـلال المثـال أعـلاه ان عمليـة المسـح الشـامل سـوف تـؤدي الـى تلـف او فسـاد عناصـر المجتمـع فـي حالـة اعتمادهـا لدراسـة هـذه المشـكلة وهكـذا نجـد ان اخـذ جـزء مــن العــلاج المنــتج للتأكـد مــن صــلاحيته أمـر ضــروري ، ومــن ثـم نعمـم النتيجــة علــى المجتمع الإحصائي، وهو هنا إنتاج ذلك النوع من العلاج .

ثالثـاً: غالبـا مـا تكـون معظـم الدراسـات او البحـوث مقيـدة بمقـدار معـين مـن الإمكانيـات الماديـة والفنيــة المتاحــة ، ممــا يتعـذر اجـراء عمليــة المســح الشــامل ، وعنـدها نلجـأ الــى أسـلوب مسح العينة كأفضل بديل لدراسة المجتمع الإحصائي .

رابعـاً: مـن المعـروف ان طريقـة المسـح الشـامل تقتضـي إجـراء الفحـص او العـد علـى كافـة عناصـر المجتمـع الإحصـائي ، الأمـر الـذي قـد يتـزامن فـي حالـة كبـر حجـم المجتمـع الـى تكليـف عـدد مـن العـاملين للقيـام بجمـع البيانـات ، وهـذا قـد ينـتج عنـه أخطـاء معينـة تـنجم عـن اخـتلاف القـدرات الفرديـة مـا بـين العـاملين بجمـع تلـك البيانـات، لـذلك فـان تكليـف أعـدادا اقـل مـن العـاملين يـؤدي الـى تقليـل الفـروق فـي القـدرات الفرديـة عنـد اخـذ عينـة تعتمـد علـى عـدد اقـل من القائمين بجمع البيانات وبالتالي تقليل تلك الخطاء .

خامسـاً: فـي بعـض الحـالات نحتـاج الـى اتخـاذ قـرار سـريع بهـدف الحـد او إيقـاف اتسـاع او تفـاقم ظـاهرة او مشـكلة معينــة تكـون اجـراءات عمليـة المسـح الشـامل والتـي تحتـاج عـادة وقتـا طـويلا نسـبيا سـببا فـي اتسـاعها او تفاقمهـا ، الامـر الـذي يتطلـب أتبـاع اسـلوب العينـة ، فمـثلا إذا كــان المطلـوب إصـدار تحـذير يتضـمن المضـاعفات الجانبيـة نتيجـة لاسـتخدام دواء معـين لمعالجـة احـد الأمـراض السـارية فـان رصـد تلـك المضـاعفات مـن قبـل جميـع مفـردات المجتمــع الإحصــائي (المصــابين والمعرضــين لخطــر الإصــابة بــذلك المــرض) تتطلـب وقتـا قـد لا يسـمح بالقيـام بهـذه المهمـة ، لـذلك نلجـأ الـى اجـراء الفحـص علـى عينـة مـن المصـابين الـذين قـد تنـاولوا ذلـك العقـار ومـن خلالهـا يـتم إصـدار المحـاذير التـي تترافـق نتيجة لاستخدامه .

سادسـاً: عنـدما يكـون المجتمـع الإحصـائي مـن النـوع المتصـل (continuous) ، إي ان عناصـره تشـكل مجموعـة غيـر قابلـة للعـد فانـه يسـتحيل القيـام بعمليـة المسـح الشـامل، كـذلك قـد يترافـق مـع هـذا النـوع مـن المجتمعـات الإحصـائية صـفة عـدم الاسـتقرار ، إي ان هنـاك تغيـرا

(بالزيادة او النقصان) قد يطرأ على حجم المجتمع مع مرور الزمن ، فمثلا لتحديد مخزون العراق من الكبريت فانه لا يمكن عمليا التنقيب في جميع الأراضي بل اجراء هذه العملية على عينة من الأراضي ومن خلال دراسة تلك العينة يتم تقدير مخزون هذه الثروة الطبيعية .

سابعاً: عندما يكون المجتمع الإحصائي منتظما او متجانسا بالصفة المطلوبة دراستها ، فمثلا عند طلب التعرف على الحالة الصحية لأحد الأشخاص بإجراء الفحص المختبري ، فان كمية قليلة جدا من دمه تكون كافية لتحديد حالته الصحية وذلك ناتجا عن تجانس دم الإنسان بشكل تام بحيث ما نستنتجه من هذه الكمية المختارة (كعينة) يتطابق مع ما نستنتجه من أية كمية أخرى .

طرائق اختيار العينات:

Sampling Methods

ينبغي ان تكون العينة المسحوبة من المجتمع الإحصائي مُمَثله له وبذلك القدر الذي يحقق إمكانية تعميم النتائج التي تستخلص منها على المجتمع الإحصائي ويتحدد نوع العينة او طريقة اختيار عناصرها بحسب الطريقة او الاسلوب الذي يتم بوساطته اختيارها من المجتمع حيث يعتمد اختيار طريقة معينة دون أخرى وذلك على طبيعة وحدة المعاينة وكيفية التوصل اليها من خلال عناصر او مفردات المجتمع الإحصائي الذي نريد دراسته .

وعموما فان هنالك عدة طرائق لاختيار العينات أهمها :

1. طريقة العينة العشوائية البسيطة (Simple Random Sampling)

تتلخص هذه الطريقة بان يكون لكل مفردة في المجتمع الإحصائي نفس الفرصة في ان تكون ضمن العينة، ويتم اختيار مثل هذه العينة بإحدى الطريقتين الآتيتين :

أ. إعطاء رقم لكل مفردة في المجتمع الإحصائي، وتكتب هذه الأرقام على قطع صغيرة من الورق، وثم توضع في كيس وتخلط جيدا ويسحب عدد معين من القطع الورقية بغية الحصول على العينة المختارة .

ب.استخدام جداول الأرقام العشوائية (Random Numbers) الموجودة في ملحق Table (B) والتي صممت خصيصا لهذا الغرض .

ج. استخدام بعض البرامج على الحاسبة الالكترونية لتكوين أرقام عشوائية تمثل أرقام المفردات المختارة .

فمثلا إذا كان عدد المصابين بمرض معين عام 2001 هو (500) وكان المطلوب اختيار عينة عشوائية بسيطة من بين المصابين حجمها (5) فإننا نحصل على المصابين الذين أرقامهم 463،418،228،309،317 وذلك بقراءة الجدول عموديا ، بحيث يكون عدد المراتب كل عدد مساويا لعدد مراتب الأرقام المتسلسلة، قبلناه كعنصر من عناصر العينة، وإلا رفضناه ثم ننتقل لقراءة رقم آخر، كما نرفض

إي عدد أخذناه في قراءة سابقة ونستمر في القراءة كلما انهينا عمودا انتقلنا الى العمود الذي يليه حتى نحصل على العينة بالحجم المطلوب .

ويصنف هذا النوع من المعاينة ضمن المعاينة الاحتمالية (Probability Sampling) حيث يكون لكل عنصر او مفردة في المجتمع احتمال معروف من حيث دخولها في العينة ، ويمكن اختيار مفردات هذا النوع من المعاينة بأحد أسلوبين هما :

أ. السحب بإرجاع، حيث تكون كل مفردة في المجتمع الإحصائي جاهزة للاختيار في كل سحبة، فمثلا إذا افترضنا مجتمعا حجمه (N) وأردنا اختيار عينة من هذا المجتمع عدد مفرداتها (n)، فان عدد العينات الممكنة تساوي (N^n) .

ب. السحب بدون إرجاع ، حيث يرفض إي عدد تم أخذه في قراءة سابقة، فمثلا إذا افترضنا مجتمعا حجمه (N) واردنا اختيار عينة من هذا المجتمع عدد مفرداتها (n)، فان عدد العينات الممكنة يساوي (C_n^N) .

حيث ان:

$$C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!}$$

ويشير الرمز (C_n^N) الى توافيق N من الأشياء مأخوذة n في كل مرة كما يشير الرمز (!) الى مفكوك العدد، فإذا قلنا مفكوك العدد (N!) فان ناتج المقدار يساوي :

N-1) (N-2)…..(3) (2) (1)(N! = N

مثال (1): مجتمع إحصائي حجمه (N=5) ، وهو يمثل إعداد الأشخاص المراجعين (بالإلف) خلال فترة زمنية معينة لخمسة مراكز طبية تعالج أمراض محددة ، والإعداد هي ($x_1=6$, $x_2=8$, $x_3=10$, $x_4=12$, $x_5=14$) فإذا سحبت عينة عشوائية بسيطة بحجم (n=2) ، فما هو عدد العينات الممكنة السحب في حالتي السحب بدون إرجاع والسحب مع الإرجاع .

الحل: في حالة السحب بدون إرجاع فانه يكون لدينا (10) عينات ممكنة السحب بحجم (2) .

حيث ان:

$$C_n^N = C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = 10$$

إما في حالة السحب مع الإرجاع فانه يكون لدينا (25) عينة ممكنة السحب بحجم (2) .

حيث ان :

$$N^n = 5^2 = 25$$

ومـن الجـدير بالملاحظـة عنـد سـحب العينـة العشـوائية ، التمييـز بـين نـوعين مـن المجتمعـات الإحصائية هي المجتمع الإحصائي المحدود (Finite Statistical Population) والمجتمـع الإحصـائي غيـر المحـدود (Infinite Statistical Population) ، حيـث يترتـب علـى هـذا التمييـز تحديـد تقـديرات معـالم المجتمـع بشـكل أفضل كما سيتضح لنا ذلك في فقرة قادمة .

2. طريقة العينة العشوائية الطبقية:
(Stratified Random Sampling)

في بعض الأحيان يتم التعامل مع مجتمع يتميز بتآلفه من عدة طبقات او أجزاء تكون غير متداخلة بالصفة او الظاهرة الخاصة بموضوع الدراسة او البحث ، فإذا كان حجم المجتمع الإحصائي (N) ، فان أفضل اسلوب لسحب عينة منه يتحدد بطريقة العينة العشوائية الطبيقة إذا وفقط إذا كان هذا المجتمع يتألف من طبقات متميزة عددها (r) ، بحيث ان :

$$(N = N_1 + N_2 + \ldots\ldots\ldots + N_r)$$

لذلك يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة، وتعتبر جميع هذه العينات الجزئية الناتجة عينة واحدة تسمى بالعينة الطبقية، كما يعتمد حجم كل من العينات الجزئية على نسبة صفتها في المجتمع الإحصائي، إي يتطلب الامر الأخذ بنظر الاعتبار تناسب (Proportion) كل طبقة في المجتمع الإحصائي عند سحب العينات الجزئية منه ، بحيث يتناسب حجم كل عينة جزئية مع حجم الطبقة الجزئية في المجتمع الإحصائي ، فإذا رمزنا للمفردات المختارة من هذه الطبقات بالرموز ($n_1 ,\ldots. n_2, n_r$) فان :

$$(n = n_1 + n_2 + \ldots. + n_r)$$

حيث أن :

$$n_1 = \frac{N_1}{n}(n),\ \ n_2 = \frac{N_2}{N}(n),\ldots\ldots. n_r = \frac{N_r}{N}(n)$$

ومن الأمثلة على هذا النوع من المعاينة ، إذا كانت نتيجة الدراسة او البحث تعتمد بالاساس على العمر او الجنس او مكان الإقامة ، او أية صفة قد تختلف في تناسبها، فانه يتم تقسيم المجتمع الإحصائي الى مجموعات جزئية تعتمد على تلك الصفات، فإذا أردنا ان نختار عينة طبقية حجمها (1000) من مجتمع يتألف من (10000) باسلوب العينة العشوائية البسيطة ايضا ، ومن ثم تجمع العينتين للحصول على العينة العشوائية الطبقية التي تتألف من (1000) شخص، ينقسمون الى ذكور وإناث بنسبة 2 الى 3 (أي يوجد بينهم 4000 من الذكور و 6000 من الإناث) فأنه يتم اختيار400 من الذكور باسلوب العنية العشوائية البسيطة واختيار 600 من الإناث وعموما فان هذا الاسلوب من المعاينة يفضل استخدامه في إحدى الحالات الآتية :

أ. إذا كان مجتمع الدراسة غير متجانس في الصفة قيد البحث ، فان اختيار العينة وفقا لهذه الطريقة تمكن من الحصول على تقديرات أفضل لمعالم المجتمع ، فمثلا إذا كان المطلوب تقدير وسط المجتمع، في صفة معينة ، وكان المجتمع غير متجانس بمفرداته في تلك الصفة ، فإننا نقسم هذا المجتمع الى طبقات متجانسة لاتختلف طريقة القياس من وحدة الى أخرى داخل الطبقة الواحدة وبالتالي نحسب الوسط الحسابي لكل طبقة جزئية مختارة بحيث

تتناسب وحجم الطبقة في المجتمع ، ومن ثم يتم دمج هذه المتوسطات بطريقة ما للتوصيل الى تقدير أدق لمتوسط المجتمع .

ب. في الحالات التي تختلف فيها إمكانية الحصول على البيانات المطلوبة من وقت الى آخر او من منطقة الى أخرى ، خاصة في المجتمعات ذات الطبيعة البيولوجية ، فمثلا في حالة المجتمع الإنساني ، فان الأشخاص الذين يقيمون في الفنادق او المستشفيات قد يختلفون في صفة المبنى عن أولئك الذين يعيشون في بيوتهم الخاصة، لذلك ففي الحالات التي تختلف فيها كيفية الحصول على البيانات من طبقة الى أخرى في صفة معينة ذات علاقة بالدراسة او البحث نلجأ الى هذا النوع من المعاينة .

3.طريقة العينة المنتظمة: (Systematic Sampling)

مما تقدم يلاحظ ان الطريقتين السابقتين يتطلب توفر قائمة بمفردات المجتمع الإحصائي مسبقا، ولكن قد لا يتحقق ذلك في حالات كثيرة، خاصة عندما يكون المجتمع الإحصائي من النوع غير المستقر، فمثلا، إذا كان حجم المجتمع (N) وكان المطلوب سحب عينة حجمها (n) فانه يتم تقسيم المجتمع الى مجموعات جزئية حجم كل منها ($\frac{N}{n}$)، ثم يتم اختيار احدى المفردات عشوائيا من المجموعة الاولى، فإذا كانت المفردة المختارة في العينة تتحدد بموجب الصيغة الآتية:

المفردة الأولى في العينة هي : r

المفردة الثانية في العينة هي : $r+\frac{N}{n}$

المفردة الثالثة في العينة هي : $r+2\frac{N}{n}$

المفردة الأخيرة في العينة هي : $r+(n-1)\frac{N}{n}$

مثال (2): إذا افترضنا ان لدينا مجتمعا حجمه (5000) واردنا اختيار عينة حجمها (10) فان :

$$\left(\frac{N}{n}=\frac{5000}{10}=500\right)$$

والعينة التي يمكن سحبها وفقا لطريقة العينة المنتظمة من هذا المجتمع هي ان نسحب من المجموعة الاولى عشوائيا احدى المفردات، فإذا كانت المفردة المختارة هي القيمة التي تقابل التسلسل (70) فان مفردات هذه العينة هي القيم التي تقابل التسلسلات الآتية :

(70, 570, 1070, 1570, 2070, 2570, 3070, 3570, 4070, 4570) .

وبذلك يتضح ان هذه الطريقة تختلف عن الطريقة الأولى والثانية، حيث تتضمن على نوع من الانتظام في سحب مفرداتها من المجتمع الإحصائي، كما ويفضل استخدامها عندما يكون

مجتمـع الدراسـة متجانسـا فـي الصـفة او الظـاهرة، قيـد البحـث بحيـث يرافقـه تغيـر إثنـاء عمليـة سـحب المفردات منه .

4. طريقة العينة المتعددة المراحل: (Multi-Stage Sampling)

تؤشـر هـذه الطريقـة الـى وجـود أكثـر مـن مرحلـة فـي عمليـة اختيـار المفـردات التـي تتـألف منهـا العينـة المطلـوب سـحبها مـن المجتمـع الإحصـائي، ويتحـدد عـدد مراحـل العينـة بعـدد التقسـيمات التـي يـتم بهـا تقسـيم المجتمـع، فـإذا تـم تقسـيم المجتمـع الـى مـرحلتين فـان العينـة المسـحوية وفقـا لهـذه الطريقة تسمى بثنائية المراحل (Two-Stage Sampling) وهكذا بدون تحديد .

فمـثلا إذا أردنـا اجـراء دراسـة حـول عـدد إفـراد الأسـرة فـي بغـداد ، فإننـا نقـوم بتكـوين قائمـة وكما يأتي:

نقسـم مدينـة بغـداد الـى منـاطق سـكنية بنـاءا علـى قاعـدة معينـة مثـل ، الاعظميـة ، الكاظميـة ، شـرق قنـاة الجـيش ، الكـرادة ، بغـداد الجديـدة ، المنصـور ، الكـرخ الأطـراف . ومـن ثـم يـتم تقسـيم كـل منطقـة الـى محـلات سكنية وفقـا لقاعـدة معينـة ، ثـم نقسـم كـل محلـة الـى عـدد مـن الأزقـة يحتـوي كـل منهـا علـى عـدد مـن الـدور السـكنية، فيصـبح لـدينا قائمـة مـن الوحـدات السـكنية تشـتمل علـى مدينـة بغـداد والتـي تمثـل عناصـر او مفـردات المجتمـع الإحصـائي ، فـإذا أردنـا سـحب عينـة تتـألف مـن (20) مسـكنا بهـدف حسـاب متوسـط عـدد الأفـراد الـذين يسـكنون فيهـا ، فانـه يمكـن اختيـار عينـة عشـوائية مـن منـاطق بغـداد . ثـم نأخـذ عينـة عشـوائية مـن بعـض أزقـة تلـك المحـلات وثـم نأخـذ عينـة تتـألف مـن (20) مسـكنا مـن بـين بعـض تلـك المحـلات عشـوائيا وهـذا يعنـي إننـا وصـلنا الـى المفـردات او البيانات على اربعة مراحل وهي :

الاولى : اختيار عينة عشوائية من بين مناطق بغداد .

الثانية : اختيار عينة من بعض محلات المناطق المختارة للمدينة .

الثالثة : اختيار عينة من بعض أزقة محلات المناطق المختارة للمدينة .

الرابعة: اختيار عينة من بعض مساكن أزقة محلات المناطق المختارة لمدينة بغداد .

وفـي المثـال السـابق يـتم تحديـد (20) مسـكنا فقـط تجـرى عليـه عمليـة الفحـص او العـد ، وبذلك تتحقق الوحدات النهائية للعينة وفقا لهذه الطريقة وعلى اربعة مراحل .

ومـن الاسـاليب او الطرائـق المشـابهة للطريقـة المبحوثـة هـي طريقـة العينـة العنقوديـة (Cluster Sampling) حيـث يـتم تقسـيم المجتمـع الإحصـائي الـى مجموعـات جزئيـة واضـحة بنـاءا علـى قاعـدة معينـة ، تسـمى كـل منهـا عنقـودا ، ثـم نقـوم باختيـار عينـة عشـوائية جزئيـة مـن بـين وحـدات كـل عنقـود مـن تلـك العناقيـد ، ومـع كـل وحـدة مختـارة تجـرى عمليـة التقسـيم مـن جديـد بنـاءً علـى قاعـدة معينـة ايضـا ، حيـث يـتم اختيـار عـدد معـين مـن الوحـدات ، وهكـذا نسـتمر بهـذه العمليـة حتى الوصول الى الوحدات النهائية للعينة المطلوبة .

أخطاء العينة : Sampling Error

على الرغم من تحديدنا لأهم الحالات التي تدعونا لإتباع اسلوب العينة بدلا من إتباعنا لأسلوب الحصر الشامل، إلا ان هناك أخطاء قد تنجم نتيجة لإتباعنا هذا الاسلوب تعرف بمجملها بأخطاء العينة .

ويعرف خطأ المعاينة بأنه الفرق الناتج بين المتحقق من تقديرات نتيجة لاستخدام اسلوب العينة وبين ثابت المجتمع المسمى بالمعلم .

ومن البديهي فان ذلك الفرق يقل كلما كانت العينة المختارة كفوءة بعناصرها وممثلة للمجتمع الإحصائي المسحوبة منه .

وعموما فان أخطاء المعاينة يمكن ان تقسم الى قسمين :

اولا: أخطاء التحيز : (Bias)

والتي تنشأ بالاساس من خلال عدم الالتزام بأصول المعاينة العشوائية ، حيث يكون لكل عنصر في المجتمع الإحصائي احتمال معروف من حيث دخوله في العينة، ففي حالة الإخفاق بشرط تحقق ذلك ينتج ما يعرف بالمعاينة اللا أحتمالية (Nonprobability Sampling) ، ويحدث هذا النوع من الخطأ نتيجة لأسباب عديدة منها ، إعطاء معلومات غير صحيحة من قبل المبحوثين او نتيجة لأختيار طريقة للمعاينة تكون غير كفوءة في اختيار مفردات العينة المطلوبة او لاي سبب اخر من شانه ان يؤدي الى عدم التمسك التام بأصول المعاينة العشوائية .

ثانيا: الأخطاء العشوائية: (Random Errors):

وهي النوع الأخر من أخطاء المعاينة والتي تنتج عن استخدامنا لأسلوب العينة بدلا من عملية الحصر الشامل، فيصعب التحكم بهذا النوع من الأخطاء وذلك خلافا لأخطاء التحيز التي يمكن تقليلها الى اقل حد ممكن ، كما يعرف هذا النوع من الأخطاء في بعض الأحيان بأخطاء الصدفة ، فبالرغم من الالتزام التام بأصول المعاينة العشوائية يلاحظ في اغلب الأحيان انحرافا معينا بين القيمة التي نحصل عليها من العينة كتقدير وبين قيمة المقدر المسمى بالمعلم والذي اشرنا إليه بثابت المجتمع ايضا، فمثلا إذا كان لدينا مجتمعا يتألف من (6) أشخاص وكانت أعمارهم هي : (25،28،22،18،20) عاما فان الوسط الحسابي للمجتمع هو 22.5 عام ، فإذا سحبت عينة عشوائية حجمها (3) من هؤلاء الأشخاص وكانت أعمارهم هي (22،18،20) فان الوسط الحسابي للعينة يساوي(20) ،

لذلك فالخطأ العشوائي الذي حصل نتيجة لاختيارنا لهذه العينة يتمثل بالفرق ما بين الوسط الحسابي للمجتمع والعينة ، أي مساويا لـ(2.5) عام .

تقدير حجم العينة : Estimation of Sample Size

ان مسالة تقدير معالم المجتمع الإحصائي وما يترافق معها من مشكلات، يعتبر أساس او جوهر موضوع الاستدلال الإحصائي (Statistical Inference) ، ولما يتضمنه هذا الموضوع في إيجاد معايير وضوابط إحصائية من شأنها ان تحدد مدى جودة ذلك التقدير ونظرا لكونها خارج حدود إمكانية محتويات مفردات هذا الكتاب ، فانه يمكن القول ان المفهوم الأساسي لتحديد جودة التقدير يهدف في ان تكون للاحصاءة المحتسبة من العينة ان تكون تقديرا كافيا لقيمة المعلمة المناظرة لها في المجتمع الإحصائي، وبغية تحقيق ذلك فان الامر يتعلق في كيفية تقديرنا لحجم العينة المناسب لدراسة الظاهرة قيد البحث .

وعموما فانه من الملاحظ ان نتائج مختلف التقديرات تقترب من معلماتها وذلك باقتراب حجم العينة المسحوبة من حجم المجتمع الإحصائي ، ولتعذر إمكانية التوصل الى فحص او دراسة كافة مفردات المجتمع نتيجة لأسباب عديدة، منها ما يتعلق بطبيعة البيانات او الظاهرة المطلوب دراستها او لعدم توفر الإمكانيات المادية او البشرية ، فان ذلك يدعونا الى تفضيل إتباع اسلوب العينة بدلا من عملية الحصر الشامل، والسؤال الذي يتبادر الى الذهن دائما هو : كيف نقدر الحجم المناسب للعينة عندما يتعلق الامر بدراسة احد تلك التقديرات ؟

ان هذا السؤال ياتي دائما عند بداية أي استقصاء او تجربة ، ففي حالة سحبنا لعينة ذات حجم كبير ، فان النتائج التي قد نحصل عليها من عينة ذات حجم اقل تفي بالغرض، وبهذا فإننا نتسبب في هذه الحالة بهدر المصادر المتاحة، من جانب اخر فان حجم العينة الصغيرة قد يهيء لنا تقديرات قد تكون غير كفوءة ، وبذلك فان دراستنا لمفرداتها قد لا يحقق الهدف المطلوب .

ففي هذه الفقرة سوف نستعرض الإجراءات الخاصة بتقدير حجم العينة المناسب في حالة تقدير المتوسط في المجتمع الإحصائي ، ويمكن من خلال إتباع نفس الإجراءات على تقديرات خاصة بحالات أخرى أكثر تعقيدا من التوصل الى تقدير الحجم المناسب للعينة المختارة ايضا .

تقدير حجم العينة في تقدير المتوسطات:

لقد اشرنا فيما تقدم الى ان كفاءة التقدير تنخفض كلما ازدادت قيمة انحراف المقدر عن قيمة المعلمة التي يقدرها، وقد أطلقنا على الفترة التي تحتوي المعلمة المجهولة بداخلها من خلال قياس مدى انحراف التقدير عنها باحتمال معين باسلوب التقدير بفترة، حيث يبنى هذا النوع من التقديرات على أساس قياس مدى او مقدار كمية سعة الفترة (Interval Width) ، والتي تحدد بالصيغة الآتية :

سعة الفترة (d) = (الخطأ المعياري) (معامل الاعتمادية) (1)

حيث تضاف وتطرح قيمة سعة الفترة من قيمة الاحصاءة بغية تحديد الحد الأعلى والأدنى للفترة التي تحتوي المعلمة المجهولة بداخلها وباحتمال معين .

وبصيغة الرموز فان الصيغة (1) يمكن كتابتها بالشكل الآتي :

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots d = Z_{\left(1-\frac{a}{2}\right)}^{S_{\bar{x}}}$$

حيث ان ($S_{\overline{X}}$) يسمى بالخطأ المعياري للتقدير (Standard Error) او بالانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للوسط الحسابي ، فإذا كان السحب مع الإرجاع او من مجتمع لا محدود فان الخطأ المعياري يساوي :

(حيث n يمثل حجم العينة)

$$S_{\bar{X}} = \left(\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \qquad (3)$$

إما إذا السحب بدون إرجاع ومن مجتمع محدود فان الخطأ المعياري يساوي :

$$S_{\bar{X}} = \left(\frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) \qquad (4)$$

$Z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$: يسمى بمعامل الاعتمادية (Reliability Coefficient) وهو قيمة ثابتة تستخرج من جدول خاص يعرف بجدول التوزيع الطبيعي القياسي ، وتتحدد تلك القيمة بناءً على قيمة المقدار(α) الذي يشير الى ما يعرف بمستوى المعنوية ، وهون قيمة النسبة المئوية لاحتمال الشك بعدم احتواء الفترة على المعلمة المجهولة بداخلها ، ونذكر هنا ان القيم الاكثر استخداما هي 0.10 ، 0.05 ، 0.01 والتي تقابل قيم (Z) الجدولية 1.65 ، 1.96 ، 2.58 على التوالي .

فبحل الصيغة (2) بالنسبة الى (n) بعد تعويض قيمة ($S_{\overline{X}}$) بالصيغة (3) نحصل على المعدلة التالية :

$$n = \frac{Z^2S^2}{d^2} \qquad (5)$$

وهي الصيغة التي تستخدم لتحديد حجم العينة المناسب عندما يكون السحب بدون إرجاع او ان المجتمع الإحصائي مجتمعا لا محدودا .

كذلك بحل الصيغة (2) بالنسبة الى (n) بعد تعويض قيمة ($S_{\overline{X}}$) بالصيغة (4) نحصل على المعادلة التالية :

$$n = \frac{NZ^2S^2}{d^2(N-1)+Z^2S^2} \qquad (6)$$

وهي الصيغة التي تستخدم لتحديد حجم العينة عندما يكون السحب بدون إرجاع ومن مجتمع محدود .

ويتم احتساب قيمة (S^2) من خلال سحب عينة تجريبية من المجتمع الإحصائي واحتساب قيمة الانحراف المعياري لمفرداتها ، او قد تكون قيمة التقدير (S^2) متوفرة من دراسات سابقة او مماثلة .

مثال (3): أراد احد الباحثين تقدير متوسط وزن الأطفال الذين يولدون في منطقة معينة. فما هو حجم العينة المناسب لتقدير ذلك المتوسط، إذا كان المجتمع الإحصائي لا محدودا وقد قدرت قيمة الانحراف المعياري للمجتمع بـ(50) غرام من خلال سحب عينة تجريبية ، علما بان قيمة الثقة المطلوبة لاتخاذ القرار بشان ذلك التقدير هي (95%) وبطول فترة يكون تقديرها العدد (6) وحدات بعدا عن القيمة الحقيقية في كل اتجاه .

الحل: بما ان المجتمع الإحصائي لا محدود ، فان الصيغة (5) هي الصيغة الملائمة لتقدير حجم العينة المناسب .

$$n = \frac{(1.95)^2 (50)^2}{(6)}$$

$$= 266.78$$

وبذلك فان على الباحث ان يسحب عينة من هذا المجتمع بحجم (267) مولودا .

الفصل الرابع

الإحصاءات الحياتية:

The Vital Statistics

المقدمة : Introduction

لقد ترافقت كلمة الإحصاءات هنا بالإحصاءات الحياتية لتشير إلى كل ما يتعلق من أدوات وتقنيات إحصائية من شأنها تقويم الوضع الصحي لسكان منطقة معينة أو سكان الدولة ككل خلال فترة زمنية معينة وذلك من خلال معالجة واستقراء البيانات المتعلقة بالحوادث الحياتية المختلفة (الوفيات ، الخصوبة ، الأمراض) وكل ما يتفرع عنها من إحصاءات أخرى، وكذلك فيما يتعلق بجداول الحياة ايضا. ويعرف هذا النوع من الاحصاء بأنه الحقل الذي يهتم بدراسة حياة الإنسان منذ ولادته و حتى وفاته .

وفي البنود القادمة من هذا الفصل سنعطي شيئاً من التفصيل لبعض النسب والمعدلات المهمة أو الأكثر فائدةً والأوسع استخداماً لهذه الإحصاءات من أجل إتاحة المجال للعاملين في حقل الصحة العامة أو صحة المجتمع من أمكانية تحليل الوضع الصحي لسكان المنطقة الخاضعة للحدود الإدارية المسؤولين عنها بغية المساهمة في تطوير وتنمية أو تحديث البرامج الصحية العامة وكذلك في خطط الإسكان والتعليم وبرامج الضمان الاجتماعي .

النسبة والمعدل: Ratio & Rate

من أجل تثبيت المفاهيم الأساسية المتعلقة بدراستنا لهذا النوع من الإحصاءات، فإنه لابد من التأكيد على ضرورة التمييز بين مفهومي النسبة والمعدل وكما يأتي :

1- النسبة: (Ratio)

تعرف النسبة على انها المقدار المتحقق نتيجة لقسمة تكرار وقوع الحادثة خلال فترة زمنية معينة إلى تكرار عدم وقوعها خلال نفس الفترة .

فإذا رمزنا إلى تكرار وقوع الحادثة من بين المفردات الخاضعة للتجربة بالرمز (a) ورمزنا إلى تكرار عدم وقوعها من بين المفردات الخاضعة لنفس التجربة بالرمز (b) فان النسبة عبارة عن كسر يعطي بالصيغة الآتية :

$$Ratio = (\frac{a}{b})k$$

حيث أن (k) تمثل أساساً معيناً مثل 10 ,100 ,1000 , 10000 ... الخ .

مثال (1): في حي يقطنه (46289) نسمة، إذا كان عدد الذكور في ذلك الحي (23709) نسمة، فما هي نسبة الذكور للإناث في ذلك الحي .

الحل: نستخرج عدد الإناث وهو (22580) نسمة

وبتطبيق الصيغة (1) أعلاه نحصل على :

$$(\frac{23709}{22580})100 = 105\%$$

أي انه يوجد 105 من الذكور لكل 100 من الإناث .

2- المعدل: (Rate)

يعرف المعدل على انه المقدار المتحقق نتيجة لقسمة تكرار وقوع حادثة ما خلال فترة زمنية محددة إلى عدد المفردات التي كان من الممكن تعرضها لهذا الحدث خلال نفس الفترة الزمنية. فإذا كان عدد المفردات التي كان من الممكن تعرضها لهذا الحادث خلال الفترة هي (b) فان المعدل عبارة عن كسر يعطى بالصيغة الآتية :

$$(2)\ldots\ldots Rate = (\frac{a}{a+b})k$$

مثال (2): بلغ عدد الإصابات المسجلة بمرض معين (150) إصابة في حي يقطنه (75000) نسمة ، فما هو معدل المصابين بهذا المرض ؟

الحل: بتطبيق الصيغة (2) أعلاه نحصل على :

$$(\frac{150}{7000})100 = 2\%$$

أي ان الإصابة تحصل بمعدل (2) إصابة لكل (1000) شخص .

4 – 1 . إحصاءات الوفيات :

Mortality Statistics

تعتبر عملية تسجيل الوفاة، من المسائل المهمة في الإحصاءات الحياتية، حيث تتحدد بموجبها عملية التحليل للواقع الديموغرافي للمجتمع، ومعرفة مستوى نموه . من جانب آخر فان معرفة نسب ومعدلات الوفيات واجراء المقارنات على فترات زمنية معينة لها الأهمية البالغة في تقويم المستوى الصحي وبالتالي المساهمة في تنميته والارتقاء به نحو الأفضل .

وبهذا المعنى فالوفاة تعتبر احد أهم المتغيرات ذات العلاقة بتحليل حركة المجتمع في الفترات الماضية وإسقاطات تلك الحركة في المستقبل، كذلك استخدامها في تحديد التكوين العمري والنوعي للمجتمع بغية اتخاذ القرارات المناسبة من اجل الارتقاء بمستوى الإجراءات الواجب إتباعها، كما تهيئ للجهات المعنية بالإدارة الصحية وللباحثين في مجالات الطب والصحة العامة جانباً مهماً من المعلومات والبيانات الخاصة بالتغيرات التي تطرأ عن السكان .

تعريف الوفاة:

هناك تعريفات عدة للوفاة تتراوح بين ما هو مألوف وشائع إلى ما هو جامع واقرب إلى الشمول ، فتعرف الوفاة على انها حادثة أكيدة الوقوع على الرغم من كافة الوسائل المتبعة لمنع وقوعها ، وبهذا المعنى يمكن ان تقسم الوفاة إلى قسمين ، الاولى تشير إلى حادث الوفاة التي تسبق الولادة إثناء فترة الحمل، والثانية تشير الى حادث الوفاة التي تلي الولادة الحية .

وتعريف الوفاة الذي تقدمت به منظمة الصحة العالمية ينص على ان الوفاة (Death) عبارة عن الاختفاء الدائم لكل دلائل الحياة وفي أي وقت بعد الولادة، لذلك يتضح ضرورة حدوث الوفاة بعد أية فترة تلي الولادة الحية .

أما بالنسبة لوفيات الأجنة (Fetal Death) فقد عُرِّفت على انها الوفاة السابقة لإتمام استخلاص أو استخراج ناتج الحمل من أمه بغض النظر عن مدة الحمل، أي إذا لم يظهر أي دليل للحياة مثل ضربات القلب وغيرها بعد فصل الجنين عن أمه .
وتتلخص الأسباب التي تؤدي إلى حادثة وفاة الأجنة بما يلي :

أ. الولادة الميتة (still birth) : والتي تحدث بعد مضي الـ (28) أسبوعاً من بداية الحمل عادة .
ب. الإسقاط (Miscarriage) : والتي تحدث قبل مضي الـ (28) أسبوعاً من بداية الحمل عادة .
ج. الإجهاض (Abortion) : وهو التدخل المتعمد في إنهاء حالة الحمل .

لذلك يتطلب الامر التمييز عند تسجيل حادثة الوفاة ما بين الوفاة المبكرة التي تحدث بعد الولادة بفترة قصيرة وبين الولادة الميتة ، حيث يعتبر الوقوع بهذا الخطأ من الأخطاء الشائعة عند تسجيل حوادث الإحصاءات الحيوية من هذا النوع .

مقاييس الوفاة: Mortality Measures

سنعالج في هذا البند بعض النسب وبعض المعدلات ذات العلاقة بالوفيات، حيث تعتبر تلك المعدلات عموماً من التكرارات النسبية لحدوث الوفيات ضمن مجتمع معين وخلال فترة زمنية محدودة، وفيما يأتي أهم تلك المقاييس :

1. معدل الوفاة الخام السنوي: (Annual crude death rate)

وهو من المقاييس الشائعة الاستخدام ، ويعرف بعدد الوفيات خلال السنة لكل إلف من السكان عادة وفي منتصف تلك السنة ويستخرج حسب الصيغة التالية :

$$M = \frac{D}{P}(1000)$$

حيث أن :

M: تشير إلى معدل الوفاة الخام السنوي.

D : عدد الوفيات خلال العام.

P : إجمالي عدد السكان في منتصف العام.

مثال (3): إذا كان عدد سكان مدينة 3500 نسمة في يوم منتصف السنة، وبلغ عدد حالات الوفاة فيها في تلك السنة 700 شخص، فان معدل الوفاة الخام في هذه المدينة في تلك السنة هو :

$$M = \frac{700}{3500}(1000) = 20\%$$

أي ان الوفيات تحصل بمعدل (20) حالة وفاة لكل 1000 شخص من سكان المدينة .

ومن مساوئ هذا المقياس، عدم إمكانية استخدامه لإغراض المقارنات بين مجتمعات تختلف في ظروفها الصحية والاجتماعية وعدم تماثل فئات الأعمار فيها، والى غير ذلك من الظروف ذات العلاقة بالتكوين النوعي لتلك المجتمعات، ومن جانب آخر فان اختلاف مصدري الحصول على البيانات التي يتطلبها هذا المقياس (مصدر البسط هي الإحصاءات الحيوية ومصدر المقام هي التعدادات) فإنها تفرض اختلافاً في نسبة الخطأ في كل منهما.

ومن التطبيقات المشتقة عن هذا المقياس هي ما يعرف بمتوسط معدل الوفيات الخام، فمتوسط معدل الوفيات الخام لثلاث سنوات يستخرج وفقاً للصيغة الآتية :

$$M_m = \frac{1/3(D_1 + D_2 + D_3)}{P2}$$

حيث أن: D_1, D_2, D_3 تمثل عدد الوفيات خلال السنوات الثلاثة

P_2 عدد السكان في السنة الوسطى (الثانية)

ومن التطبيقات الخاصة لهذا المعدل ايضا وهو ما يعرف بمعدل الوفاة الخام المحدد لمنطقة معينة أو لمجموعة معينة من السكان أو بالذكور او للإناث أو بالحضر أو الريف أو حسب العرق أو للأطفال ... الخ ، فمثلاً ان معدل الوفيات الخام للإناث يساوي :

$$M_f = \frac{D_f}{P_f}(1000)$$

أي بقسمة وفيات الإناث خلال السنة (D_f) على عدد السكان الإناث (P_f) في منتصف السنة .

مثال (4): إذا كان عدد الأطفال دون سن الثامنة في مدينة ما يساوي **6000** طفلاً ، وقد بلغ عدد وفيات الأطفال دون هذه السن **270** ، فان معدل الوفيات الخام المحدد للأطفال دون سن الثامنة يساوي :

$$M_c = \frac{D_c}{P_c}(1000) = \frac{270}{6000}1000 = 45\%$$

أي ان المعدل هو **45** حالة وفاة لكل **1000** طفل دون سن الثامنة .

2. معدل الوفيات القياسي: (The Standardized Death Rate)

لقد اشرنا سابقاً ان المعدلات الخام تتأثر بالخصائص السكانية المختلفة ، وبالأخص منها التركيب العمري أو النوعي للسكان ، لذلك فانه من الخطأ اجراء المقارنة ما بين معدلي منطقتين أو دولتين في حالة وجود اختلافات ناشئة فعلاً عن التكوين العمري أو النوعي في كل منهما .

لذا يتطلب الأمر تعديل معدلات الوفيات الخام من خلال إيجاد عدد الوفيات المتوقع في كل منطقة أو دولة ، أي بمعنى آخر إلغاء تأثير الآثار التي قد تنجم عن وجود متغير يؤثر على تلك المعدلات .

ومن الطرائق التي تستخدم في تجنب الآثار الناشئة عن الاختلافات في التركيب العمري ما بين المناطق ذات العلاقة بإجراء المقارنة هي طريقة معايرة السكان (تعديل العمر) والمثال الآتية يوضح خطوات تطبيق هذه الطريقة .

مثال (5): يمثل الجدول (2- 1) أعداد السكان وأعداد الوفيات في مدينين a , b مصنفة حسب فئات الأعمار ، والمطلوب تحديد أي من المنطقتين يكون الوضع الصحي فيها أفضل؟ .

جدول (2-1)

فئات العمر	المدينة (a)		المدينة (b)	
	عدد السكان (بالألف)	عدد الوفيات	عدد السكان (بالألف)	عدد الوفيات
<5	290	6950	650	15900
5−	250	3150	725	9900
10−	205	1410	810	7300
15−	185	815	790	5100
20−	165	720	760	4900
25−	140	630	705	4800
30−	110	620	540	4700
35−	105	640	490	4600
40−	95	680	410	4400
45−	90	850	300	3100
50−	83	950	150	2500
55−	80	960	120	2500
60−	70	990	90	2300
65+	130	10500	110	11500
المجموع	1998	29865	6650	83500

المصدر : (فرضي) .

لاحظ ان معدل الوفيات الخام في المدينة (a) يساوي :
(بالألف)

$$M_a = \frac{29865}{1998}(1000) = 14.95\%$$

وان معدل الوفيات الخام في المدينة (b) يساوي :
(بالألف)

$$M_b = \frac{83500}{6650}(1000) = 12.56\%$$

لذا يتضح ان الوضع الصحي في المدينة (b) هو أفضل بالمقارنة مع الوضع الصحي للمدينة (a) .

في حين إذا ما أخذنا بنظر الاعتبار معدلات الوفيات عند كل فئة عمرية واجراء عملية المقارنة على أساس ما يناظر معدلات تلك الفئات في كلا المدينتين، نجد أنها ولجميع الفئات هي اقل عند المدينة (a) منها في المدينة (b) . عندئذٍ يكون القرار مختلفاً عما تحقق عند استخدامنا لمعدل الوفيات الخام ، أي ان الوضع الصحي في المدينة (a) هو الأفضل منه في المدنية (b) .

والخطوات الآتية توضح كيفية تطبيق طريقة معايرة السكان (تعديل العمر) .

<u>أولاً</u>. حساب العدد المعياري في كل من a و b، بحيث يكون مجموع عدد السكان في كل منهما مصنفاً حسب فئات الأعمار. وكما هو مبين بالعمود الثاني من الجدول (2−2).

<u>ثانياً</u>. حساب معدلات الوفيات المحددة حسب فئات العمر في كل من a و b وكما هي موضحة في العمود الثالث والخامس من الجدول (2−2) .

<u>ثالثاً</u>. حساب عدد الوفيات المتوقع في كل من a و b وبحسب الصيغة الآتية :

$$\text{عدد الوفيات المتوقع} = \frac{\text{عدد السكان المعياري} \times \text{معدل الوفاة المحدد}}{1000} \quad \text{.........(4)}$$

وكما هو مبين في العمودين الرابع والسادس في الجدول (2−2) .

<u>رابعاً</u>. حساب معدل الوفاة المعياري لكل من a و b وبحسب الصيغة الآتية :

$$\text{معدل الوفاة المعياري } (M') = \frac{\text{مجموع أعداد الوفيات المتوقعة}}{\text{عدد السكان المعياري}} (1000) \quad \text{....(5)}$$

جدول (2-2)

فئات العمر (1)	العدد المعياري للسكان بالألف (2)	المدينة (a)		المدينة (b)	
		المعدل المحدد (3)	عدد الوفيات المتوقع (4)	المعدل المحدد (5)	عدد الوفيات المتوقع (6)
<5	940	23.97	22532	24.46	22994
5-	975	12.60	12285	13.66	13314
10-	1015	6.88	6983	9.01	9148
15-	975	4.41	4300	6.46	6294
20-	925	4.36	4033	6.45	5964
25-	845	4.50	3803	6.81	5753
30-	650	5.64	3666	8.70	5657
35-	595	6.10	3630	9.39	5586
40-	505	7.16	3616	10.73	4520
45-	390	9.44	3682	10.33	4030
50-	233	11.45	2668	16.67	3883
55-	200	12.00	2400	20.83	4167
60-	160	14.14	2262	25.56	4089
65+	240	80.77	19385	104.55	25091
المجموع	8648	-	95245	-	121390

وبناءً على ذلك فان معدل الوفاة المعاير للمدينة (a) يساوي :

$$M_a = \frac{9525}{8648000}(1000) = 11.01$$

وان معدل الوفاة المعاير للمدينة (b) يساوي :

$$M_b = \frac{121390}{8648000}(1000) = 14.04$$

ومن هنا يلاحظ ان الواقع الصحي في المدينة (a) أفضل منه في المدينة (b) وذلك نتيجة لانخفاض معدل الوفيات في المدينة (a) عنه في المدينة (b)، وهو قرار يختلف عما تحقق عند استخدامنا لمعدل الوفاة الخام .

3. معدلات الوفاة التفصيلية : (Specific Death Rates)

في بعض الأحيان تكون الحاجة إلى استخدام مقاييس لتحليل الوفاة أكثر تفصيلاً من معدل الوفاة الخام والتي أطلقنا عليها بمعدلات الوفاة المحددة حيث ترتبط هذه المعدلات بعدد من الخصائص أو العوامل ضمن مجموعات جزئية محددة بالمجتمع الإحصائي ، فمثلاً نقول معدل الوفاة المحدد للإناث أو لمجموعة الشباب أو لمجموعة الأطفال تحت سن معينة... الخ ، فإذا تم اختيار عامل العمر من بين كافة العوامل الاخرى ، فإن المعدل يسمى عندئذ بالمعدل التفصيلي ، أي أن المعدل المحدد يسمى معدلاً تفصيلياً إذا كان عائداً لعامل العمر ، وذلك لتمييزه ليس إلا عن بقية المعدلات المحددة ، وقد جاء هذا التمييز نتيجة للأهمية القصوى لهذا المتغير باعتباره عاملاً يشكل ارتباطاً وثيقاً بحادث الوفاة بالمقارنة ببقية العوامل المحددة الاخرى. وتتعدد معدلات الوفيات التفصيلية (الخاصة بمتغير العمر) حسب فئات العمر المختلفة ، والمبينة بالأساس على تجانس توقع التعرض لخطر الموت عادة، وفي هذا المجال فقد أوصت الأمم المتحدة بإتباع التصنيف الخاص بالوفاة بموجب فئات العمر المختلفة وحسب النوع وحسب سبب الوفاة وذلك في التصنيف التالي :

أقل من سنة واحدة ، والتي يطلق عليها بوفيات الرضع حيث تصنف حسب الفئات الموضحة بالجدول (2-3)

جدول (2-3)

الفئات العمرية لوفيات الرضع حسب تصنيف الأمم المتحدة

المجموعة	الفترات المحدد للفئات العمرية
المجموعة الاولى	اقل من يوم، يوم واحد ، 6 ,5, 4 ,3 ,2
المجموعة الثانية	13-7 , 20-14 , 27-21 , 28 يوم ، اقل من شهرين
المجموعة الثالثة	شهرين 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 <

إما بالنسبة لبقية الفئات العمرية فإنها تصنف كما يأتي:

سنة واحدة *2, 3, 4, (9-5) (14-10), ..., (84-80)* .

واخيرا (85) فأكثر وحتى آخر العمر (غير مبين)

ومن جانب آخر فان وفيات الرضع اضافة لتصنيفها حسب العمر والنوع فانه يفضل في اغلب الأحيان تصنيفها حسب سبب الوفاة عند الفئة العمرية الخاصة بالرضع والأطفال. وعموماً فانه يتم استخراج معدل الوفاة عند فئة عمرية معينة من خلال قسمة عدد الوفيات الواقعة في تلك الفئة على عدد سكان نفس الفئة في منتصف السنة وضرب ناتج القسمة بمعامل ثابت هو (1000) في اغلب الأحيان .

وبصيغة الرموز فان:

$$(6)\ldots\ldots M_c = \frac{D_c}{P_c}(1000)$$

حيث ان (c) تشير إلى الفئة العمرية المعينة .

مثال (6): **إذا كان عدد حالات الوفاة عند الفئة العمرية (39 – 50) سنة في بلد ما يساوي (123) حالة وفاة في سنة معينة من السكان في نفس تلك الفئة ، فما هو معدل الوفيات عند تلك الفئة إذا كان عدد السكان في منتصف السنة لتلك الفئة هو 120509 نسمة .**

(بالإلف)

$$M_{(50-39)} = \frac{123}{120509} = (1000) = 1.021$$

وتتصف معدلات الوفيات حسب العمر لكلا الجنسي بنمط ثابت يأخذ شكل الحرف الانكليزي (U) ولكافة المجتمعات البشرية، فيبدأ من جهة اليسار مرتفعاً عند بداية العمر ويستمر بالانخفاض مع تقدمه حتى يصل إلى أدنى مستوى له عند الفئات العمرية (30−10) ثم يبدأ بالارتفاع التدريجي بشكل بطيء حتى العمر (50) سنة وبعدها يزداد بشكل متسارع كلما تقدم العمر حتى يصل إلى اعلى ارتفاع ممكن عند الأعمار التي تزيد عن (75) سنة .

4. معدلات الوفيات حسب السبب: (Cause- Specific Death Rates)

لا تقل اهمية تصنيف الوفاة حسب السبب عن اجراء التصنيف حسب العمر، وعموماً فان اغلب دول العالم تعتمد لائحة التصنيف الصادرة عن منظمة الصحة العالمية وتعديلاتها التي تصدر بين حين وآخر، حيث يوجد في هذا المجال دليل مطول ومتوسط ومختصر، ويحتوي الدليل المختصر على (11) سبباً رئيسياً مصنفة بموجب الحالات الآتية :

1. **أمراض الدم وأعضاء تكوين الدم .**
2. **أمراض الجهاز العصبي .**

3. أمراض جهاز الدورة الدموية .
4. أمراض الجهاز التنفسي .
5. أمراض الجهاز الهضمي .
6. أمراض الجهاز التناسلي والبولي .
7. الولادات ومضاعفات الحمل والولادة .
8. التشوهات الخلقية .
9. أمراض معينة خاصة بالطفولة الاولى .
10. الشيخوخة وحالات أخرى .
11. الحوادث والتسمم والوفاة بالطرائق العنيفة حسب أسبابها الخارجية .

ويفضل عند حساب معدلات الوفيات حسب السبب ضرب ناتج القسمة بالثابت (100000) وذلك لان هذه المعدلات تعبر عن حوادث صغيرة نسبياً بالنسبة لعدد السكان الكلي في منتصف السنة .

مثال (7): **بلغ عدد الوفيات بسبب أمراض الجهاز الهضمي خلال عام 1985 في بلد ما (75115)، فإذا كان عدد السكان في منتصف العام (28335000) نسمة، فما هو معدل الوفيات بسبب أمراض الجهاز الهضمي في ذلك البلد ؟**

نرمز لمعدل الوفيات بسبب أمراض الجهاز الهضمي بالرموز M_r ، فان:

$$M_r = \frac{7515}{28335000}(100000)$$

265.096= (265 وفاة من أمراض الجهاز الهضمي لكل 100000 من السكان)

5. معدل الوفاة النسبي: (Proportional Death Rate)

قد تتطلب الحالة في بعض الأحيان إلى حساب نسبة الوفيات حسب السبب من بين مجموع الوفيات خلال سنة معينة وذلك بقسمة عدد الوفيات حسب السبب على مجموع الوفيات في ذلك العام وضرب الناتج بـ (100) .

مثال (8): **من المثال السابق إذا علمنا ان إجمالي عدد الوفيات خلال السنة قد بلغ 725300 ، فما هو معدل الوفاة النسبي بسبب أمراض الجهاز الهضمي في ذلك البلد خلال عام 1985 ؟**

إذا رمزنا إلى نسبة الوفيات بسبب أمراض الجهاز الهضمي بالرمز M_r فان :

$$M_r = \frac{75115}{725900}(100)$$
$$= 10.36\%$$

وأخيراً فان إحصاءات حسب أسباب الوفاة تتأثر بعوامل متعددة تجعل منها غير دقيقة ، ومن بين تلك العوامل عدم معرفة أسباب الوفاة بشكل دقيق في اغلب الحالات، كما ان المستوى الطبي ومدى توفر الخدمات الطبية حسب التوزيع الجغرافي للبلد له الأثر المباشر على دقة هذا النوع من الإحصاءات .

6. معدل وفيات الرضع: (Infant Mortality Rate)

يتأثر معدل الوفيات الخام بشكل كبير دائماً بعدد وفيات الرضع المتمثلة بالفترة التي تقل عن سنة من العمر ، ونتيجة لأهمية هذا المعدل في تأشير درجة أو مستوى التطور الصحي في البلد ، تأتي اهمية حسابه .

ويحسب هذا المعدل بقسمة عدد الوفيات بين الرضع (أعمارهم اقل من سنة) خلال السنة (D_o) على عدد المواليد الأحياء خلال نفس السنة (B) وضرب الناتج بـ (1000) ، أي ان :

$$(7)\ldots\quad M_o = \frac{D_o}{B}(1000)$$

ومن الجدير بالذكر ان هذا المعدل يكون مرتفعاً في الدول النامية قياسا بنفس المعدل في الدول المتقدمة ، مما يجعله معدلا يرتبط بتحديد أو تقدير المستوى الصحي لهذا البلد أو ذاك .

مثال (9): بلغ عدد المواليد الأحياء في بلد ما خلال سنة معينة 11037000 ، فإذا كان عدد وفيات الرضع خلال تلك السنة 125000 ، فما هو معدل وفيات الرضع في تلك السنة ؟

$$M_o = \frac{125000}{11037000}(1000) = 65.688$$ (بالألف)

أي ان هناك نحو 66 حالة وفاة تقريباً بالألف .

كما يعود ارتفاع هذا المعدل في الدول النامية قياساً بنفس المعدل بالدول المتقدمة ليس فقط إلى اختلاف المستوى الصحي فحسب، إنما يعود ايضا إلى ان نسبة السكان الذين تقل أعمارهم عن سنة واحدة هي عالية بشكل واضح بالمقارنة ما بين الدولتين النامية والمتقدمة .

ونتيجة لارتفاع أو تعدد أسباب الوفاة المبكرة للولادات الحية خلال الساعات والأيام والأسابيع الاولى من العمر فانه تجزئة معدل وفيات الرضع إلى معدلين بحيث يشتمل الأول على الوفيات الحادثة خلال الشهر الأول من السنة أو أي جزء آخر من السنة يتفق عليه ويشتمل الثاني على المتبقي من السنة .

ويدعى المعدل الذي يخص الجزء الأول من السنة (عادة الشهر الأول من السنة) بمعدل وفيات الرضع حديثي الولادة .

ويستخرج بموجب الصيغة التالية :

$$(8)\ldots\ldots\quad M_N = \frac{D_o \prec (onemonth}{B}(1000)$$

ويدعى المعدل الذي يخص الجزء الثاني من السنة بمعدل وفيات الرضع بعد حديثي الولادة (Post-Neonatal (Mortality hate) ويستخرج بموجب الصيغة الآتية :

$$(9)\ldots\ldots\ldots\quad M_p = \frac{(2-12)month}{B}(1000)$$

مثال (10): بلغ عدد المواليد الإحياء في احدى الدول (443890) عام 1971 في حين بلغ عدد وفيات الأطفال خلال نفس العام (17254) طفلاً كان من بينهم 6956 حالة وفاة خلال الشهر الأول من السنة ، فان معدل وفيات حديثي الولادة :

$$M_N = \frac{6956}{443890}(1000)\ 15.67\% =$$

وان معدل وفيات الرضع بعد حديثي الولادة :

$$M_p = \frac{17254 - 6956}{443890}(1000) = 23.20\%$$

كما ان معدل وفيات الرضع يساوي :

$$M_o = \frac{17254}{443890}(1000) = 38.87\%$$

ويلاحظ ان معدل وفيات الرضع= معدل وفيات حديثي الولادة + معدل وفيات الرضع بعد حديثي الولادة

23.20 + 15.67 = 38.87

ومن الملاحظ ايضا تأثير معدل وفيات الرضع بالتقلبات الحاصلة بحوادث الولادات لهذه الفئة العمرية من سنة إلى أخرى ، الامر الذي يتطلب تنقيح المعدل بموجب ما يعرف بمعدل وفيات الرضع المنقح .

حيث ان بعض مواليد السنة قد يموتون في السنة التالية قبل ان يكملوا السنة الاولى من عمرهم، كذلك وفاة بعض مواليد السنة السابقة خلال السنة قبل ان يتموا السنة الواحدة من عمرهم ايضا لذلك فان معدل وفيات الرضع المنقح هو تعديل للمعدل السابق، حيث يحسب بموجب الصيغة الآتية :

$$(10)\ldots\ldots M_A = \frac{D_L + D_u}{B}$$

حيث ان: (D_L) عدد وفيات السنة الحالية من مواليد السنة السابقة .

(D_u) عدد وفيات السنة الحالية من مواليد السنة الحالية .

(B) عدد المواليد الإحياء خلال السنة الحالية .

إما في حالة استقرار إعداد المواليد الإحياء المتحققة من سنة إلى أخرى، فان معدل الوفيات الخام التقليدي أو المجزاء يمثل احتمال وفاة الرضع وبما يحقق الهدف من حسابه من دون اجراء تعديل أو تنقيح عليه .

مثال (11): من بيانات الجدول (4-2) ، احسب معدل الوفيات الخام التقليدي والمنقح لعام 1981 ؟

جدول (2−4)

السنوات	1980	1981	1982
أعداد المواليد الحية	247288	233878	231213
أعداد وفيات الرضع	12711 / 3323	11172 / 2736	11002 / 2647

المصدر: (فرضي)

يشير الجدول إلى ان إعداد وفيات الرضع مجزاءة إلى قسمين يعود القسم العلوي إلى أعداد الوفيات المتحققة خلال السنة من مواليد نفس السنة والقسم السفلي إلى أعداد الوفيات المتحققة خلال السنة من مواليد السنة السابقة ممن لم يكملوا عاما كاملاً .

وان معدل وفيات الوضع التقليدي للسنتين (1981، 1980) هما:

$$M_o(1980) = \frac{12711+3323}{247288}(1000) = 64.84\%$$

$$M_o(1981) = \frac{12711+2736}{233878}(1000) = 59.47\%$$

في حين ان معدلي وفاة الرضع المنقحين للسنين (1980، 1981) يصبح :

$$M_A(1980) = \frac{12711+2736}{247288}(1000) = 62.47\%$$

$$M_A(1981) = \frac{11172+2647}{233878}(1000) = 59.09\%$$

7. مقاييس فقدان الحمل: (Measures of pregnancy wastage)

تعتبر حادثة فقدان الحمل احد أنواع حوادث الوفاة والتي تعرف عادة بمعدل وفيات الإسقاط (Fetal Death Rate- Fr)

حيث ان :

$$F_{rate} = \frac{\text{عدد حالات الإسقاط خلال السنة}}{\text{عدد حالات الولادة خلال السنة}} \quad (1000)$$

حيث يشتمل المقام على جميع المعرضين لخطر الموت أي على المواليد إحياءً وأمواتاً.
كما ان الإسقاط ضمن هذا المعنى يشير إلى مختلف الأسباب التي تؤدي إلى فقدان الحمل سواء كان ذلك سقطا أو إجهاضا أو وفاة ميتة .

هذا وتستخرج نسبة وفيات الإسقاط (Fetal Death Ratio) بموجب الصيغة الآتية :

$$F_{ratio} = \frac{\text{عدد حالات الإسقاط خلال السنة}}{\text{عدد حالات الولادة الحية خلال السنة}} \quad (1000)$$

وهذه النسبة تشير إلى عدد وفيات الأجنة لكل إلف مولود خلال السنة . وعموما فان هناك فروقا في بعض الأقطار في تعريف إسقاط الأجنة تعتمد على فترة الحمل ، وعادة تصنف مقاييس فقدان الحمل حسب مدة الحمل التي سبقت وقوعها إلى الأصناف الثلاثة الآتية :

اولا. وفيات الأجنة المبكرة. (Early Foetal Death) (اقل من 20 أسبوعاً من الحمل).

ثانيا. وفيات الأجنة المتوسطة. (Intermediate Foetal Death) (من 20– 27 أسبوعاً من الحمل) .

ثالثا. وفيات الأجنة المتأخرة. (Late Foetal Death) (من 28 أسبوعاً فأكثر) والتي تعرف في بعض الأحيان بالمواليد أمواتاً .

وبسبب عدم توفر البيانات الخاصة بهذا النوع من حوادث الوفاة في معظم دول العالم خاصة عند حوادث وفيات الأجنة المبكرة إما نتيجة لعدم التسجيل أو عدم دقتها نتيجة لاعتماد تحديد فترة الحمل التي تسبق وقوع حادثة الإسقاط على مسألة التقدير في اغلب الأحيان .

لذلك تعتبر عملية المسح الديموغرافي بالعينة من أهم المصادر التي توفر هذا النوع من البيانات والتي عن طريقها يتم تقدير المعدلات والنسب الخاصة بهذا النمط من حوادث الوفاة .

8. معدل وفيات الأمومة: (Maternal Mortality Rate- Mm)

وهو احد أهم معدلات الوفاة حسب السبب، حيث يعبر عن حادثة وفاة الأمهات لأسباب تتعلق بمضاعفات الحمل والولادة وتأتي اهمية هذا المعدل من خلال اعتماده مقياسا للدلالة على المستوى الصحي في منطقة معينة قياسا بمنطقة أخرى ضمن الدولة الواحدة ومقياسا للمقارنة بين دولة وأخرى أيضاً .

ويستخرج هذا المعدل بموجب الصيغة الآتية :

$$(13) \ldots\ M_m = \frac{\text{عدد وفيات الأمهات العائدة لأسباب تتعلق بمضاعفات الحمل والولادة}}{\text{عدد المواليد الأحياء المولودين خلال السنة (أو عدد المواليد الكلي)}} (10000)$$

وعموما يلاحظ ارتفاع هذا المعدل كلما كان المستوى الصحي منخفضاً ، لذلك يكون مرتفعاً في الدول النامية قياساً بالدول المتقدمة .

مثال (12): من بيانات الجدول (2-5) احسب معدل وفيات الأمومة للدولتين **A** و **B** .

جدول (2 -5)

عدد المواليد الإحياء خلال السنة	عدد وفيات الأمهات بسبب مضاعفات الحمل والولادة	الدولة
338188	***9672***	A
853545	***2987***	B

المصدر : (فرضي)

$$M_m(A) = \frac{96720}{3381880}(10000)$$
$$= 286\%$$
$$M_m(B) = \frac{29870}{8535950}\ (10000)$$
$$= 35\%$$

لذلك يتضح ان المستوى الصحي عند الدولة (**B**) هو أكثر تقدما بالمقارنة عما هو عليه في الدولة (**A**) وذلك للانخفاض الواضح ما بين المعدلين .

2-2 . إحصاءات الخصوبة:

Fertility Statistics

تعريف الخصوبة:

تعتبر مسألة حساب معدلات ونسب الخصوبة في بلد ما من المسائل المهمة بالنسبة للعاملين في الحقل الصحي ، فهي تعكس المستوى الفعلي للإنجاب في مجتمع معين هذا بالإضافة إلى ان معرفة هذه المقاييس من الإحصاءات الحيوية من شأنها ان تساهم بشكل مباشر في العملية التخطيطية الخاصة بإعطاء مبررات إنشاء مراكز الرعاية الصحية المسؤولة عن عملية تنظيم الأسر وتهيئة المتطلبات الضرورية لكل من الأم والطفل . وعموما فان مقياس الخصوبة يتحدد بالمواليد الإحياء المتحققة فقط من إحصاءات المواليد .

وتحديداً فان مقاييس الخصوبة ضمن هذا المعنى تحقق كل ما يعني بعدد المواليد الإحياء الذين تنجبهم المرأة طيلة فترة حياتها، في حين تعتبر مسألة القدرة على الإنجاب والتي يطلق عليها أحيانا بالخصوبة الفسيولوجية فهي ليست موضوع دراستنا .

من جانب اخر ينبغي التمييز ما بين خصوبة المجتمع والمتمثلة بكافة نساء المجتمع في سن الحمل من القادرات على الإنجاب وبين الخصوبة بالزواجية والمتمثلة بكافة النساء المتزوجات فقط في سن الإنجاب .

وتتصف دراسة هذا النوع من المقاييس بشيء ممن الصعوبة قياسا بدراسة مقاييس الوفيات ولأسباب عديدة، نذكر منها ان المجتمع في حالة الوفيات يكون معرضا بكامله لخطر حادثة الوفاة ، في حين ان الخصوبة تتحدد فقط بالنساء في سن الإنجاب . كذلك فان ظاهرة الخصوبة تتحقق باشتراك الزوج والزوجة بحيث يكون لكل منهما خصائصه الاقتصادية والاجتماعية والفسيولوجية ، من جانب اخر فان الخصوبة كحدث قد يتكرر وقوعه في حين لا يمكن لحادثة الوفاة ان تتكرر بعد وقوعها .

وخلاصة القول ان الخصوبة تتأثر بشكل واسع بالنوع وبعمر الأم، كما تتأثر بشدة بالتركيب الزواجي للمجتمع .

مقاييس الخصوبة

Fertility Measures

تتعدد أو تتنوع مقاييس الخصوبة وذلك بحسب الأهداف والأغراض المطلوب تحقيقها بموجب استخدام مقياس معين دون اخر ، كما ان كل مقياس قد يكون مناسبا تحت ظروف معينة دون أخرى، وفيما يأتي أهم مقاييس إحصاءات الخصوبة :

1. معدل المواليد الخام: (Crude Birth Rate- CBR)

يعبر هذا المقياس عن عدد المواليد الأحياء خلال السنة لكل إلف من السكان في منتصف السنة ، ويساوي :

$$(C\,B\,R) = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}}\ (1000)$$

وبصيغة الرموز فان هذا المعدل يكتب :

$$\textbf{(16)}\ldots\ldots\ldots \quad (C\,B\,R) = \frac{B}{P}\ (1000)$$

ومن المأخذ التي تسجل على هذا المقياس هي عدم صلاحيته للمقارنات بين المجتمعات المختلفة وكما هو عليه الحال بالنسبة لمعدل الوفيات الخام ، حيث يتأثر بالتركيب النوعي والعمري للسكان ، الامر الذي يتطلب اجراء طريقة المعايرة عند استخدامه لإغراض تلك المقارنات حيث يعرف المقياس عندئذ بمعدل المواليد النوعي العمري المعاير .

ومن التطبيقات المشتقة عن هذا المقياس ايضا هو ما يعرف بمتوسط معدل الولادة الخام لثلاث سنوات وذلك بموجب الصيغة الاكثر شيوعا في هذا المجال :

$$\textbf{(15)}\quad \ldots\ldots\ldots \quad (C\,B\,R) = \frac{1/3(B_1 + B_2 + B_3)}{(P_2)}\quad (1000)$$

حيث ان : (B_3, B_2, B_1) تمثل عدد المواليد الأحياء خلال السنوات الثلاثة .

(P_2) تمثل عدد السكان في منتصف السنة عند السنة الوسطى (الثانية) .

وتعرف الصيغة أعلاه بمتوسط معدل المواليد الخام لثلاث سنوات .

مثال (1): كان عدد المواليد الأحياء في بلد ما (456230) خلال عام 1985، فإذا كان عدد السكان في منتصف العام (8705320) فان معدل الخصوبة الخام يساوي :

$$(C\ B\ R) = \frac{546230}{8706320}\ (1000)$$

$$= 62.7\ \%$$

أي ان هناك 627 حادثة ولادة حية قد تحققت خلال تلك السنة لكل 10000 من السكان .

2. معدل الخصوبة العام : (General Fertility Rate- (G. F. R))

يتمثل هذا المقياس بعدد المواليد الأحياء خلال السنة لكل إلف من الأمهات في سن الحمل (ضمن الحدود العمرية للإنجاب)* ، ويساوي :

$$(C\ B\ R) = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال السنة}}{\text{عدد الإناث في سن الحمل عند منتصف السنة}}\ (1000)$$

$$\mathbf{(16)}............(G\,F\,R) = \frac{B}{P_f\ (15-49)}\ (1000)$$

ويعتبر هذا المقياس بمثابة الخطوة الاولى باتجاه الحصول على مقياس يكون أكثر تفصيلاً مقارنة بمقياس المعدل العام للخصوبة ، حيث احتوى مقام الصيغة على أعداد الإناث في سن الحمل مستبعداً بذلك غير المعرضات منهن لحادثة الولادة بسبب العمر ، كذلك كافة أعداد الذكور كما يمكن تنقية هذا المقياس يتحدد أعداد الإناث على الإناث المتزوجات فقط ، فعندها يطلق على المقياس بمعدل الخصوبة الزواجية (Married Fertility Rate- (M F R))

(*) ان الحدود العمرية للإنجاب تعني قدرة الأنثى على الإنجاب أو الحمل خلال فترة حياتها والتي تبداء عادة عند بدء الدورة الحيضية والتي تتراوح ما بين العمر (13- 17) سنة عادة، وقد بينت اغلب الدراسات بان الاختلافات في الوصول إلى سن البلوغ عند الأنثى يعد بسبب التغذية وليس إلى المناخ كما كان سائداً في هذا المجال، وهكذا حتى فترة انقطاع الدورة الحيضية والتي تتراوح ما بين العمر (45- 49) سنة عادة.

مثال (2): **بلغ عدد الإناث في سن الحمل في بلد ما (1804830) في منتصف عام 1980، فإذا كان عدد المواليد الأحياء خلال ذلك العام (637120) فان معدل الخصوبة العام يساوي :**

المصدر (فرضي) :

$$(G\ F\ R) = \frac{637120}{1804830}\ 1000$$

$$= 353.0\%$$

أي ان هناك (353) حادثة ولادة حية تحققت خلال تلك السنة لكل (1000) من الإناث في سن الحمل .

أما إذا كان معلوماً ان عدد الإناث المتزوجات في ذلك البلد عند منتصف تلك السنة (960442) فان معدل الخصوبة الزواجية تساوي :

$$(M\ F\ R) = \frac{637120}{960442}(1000) = 663.4\%$$

أي ان هناك 6634 حادثة ولادة حية تحققت خلال السنة لكل (10000) من الإناث في سن الحمل من المتزوجات فقط .

3. معدل الخصوبة المحددة بالعمر : (Age- Specific Fertility Rate- (ASFR))

نظراًَ لعدم انتظام توزيع الإناث في مقدرتهن على الحمل وذلك باختلاف أعمارهن ضمن الحدود العمرية للإنجاب فقد بينت اغلب الدراسات تماثل نمط الخصوبة في مختلف مناطق العالم تقريباً ، فتبدأ منخفضة عند الفئة العمرية (15- 20) سنة وترتفع بشكل حاد الى ان تصل اعلى مستوياتها خلال الفئة العمرية (25- 30) سنة وبالتالي تبدأ بالانخفاض البطيء والتدريجي حتى تصل إلى اقل مستوى عند الفئة الأخيرة للإنجاب (45- 49) سنة . وعموماً فان معدلات الخصوبة المحددة أو التفصيلية حسب العمر تؤشر عدد المواليد الإحياء لكل فئة عمرية خلال السنة لكل إلف من الإناث عند تلك الفئة في منتصف السنة ، أي ان :

$$(AS\ F\ R)_x = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال السنة العائدة للإناث } (x)}{\text{عدد النساء في العمر } (x) \text{ في منتصف السنة}}$$

وبصيغة الرموز فان المعدل يكتب :

$$(17)\ldots\ldots\quad (ASFR)_x = \frac{B_x}{P_x^f}(1000)$$

مثال (3): الجدول (2−6) يبين عدد المواليد الأحياء وعدد الإناث في سن الحمل في بلد ما موزعة بحسب فئات العمر الخمسية في عام 1986 .

الجدول (2−6)

الفئات العمرية	عدد الإناث	عدد المواليد الأحياء خلال السنة	معدلات الخصوبة المحددة بالعمر
15−	578659	38323	66.2
20−	386484	63233	163.6
25−	275175	87869	315.9
30−	198776	59853	301.1
35−	189643	38984	205.4
40−	177455	19376	109.2
45−49	119670	1518	12.7
المجموع	1928862	309320	1174.1

4. معدل الخصوبة الكلي : (Total Fertility Rate- TFR)

يتمثل هذا المقياس بالناتج الكلي لمعدلات المواليد المحددة حسب العمر عند كل سنة من سنوات الإنجاب المحددة بالفترة (15-45) سنة، حيث يتم حسابه من خلال تحويل معدلات الفئات الخمسية إلى فئات أحادية وذلك بضرب معدل كل فئة خمسية في العدد (5) وبالتالي جمع حاصل الضرب بهذا العدد لجميع الفئات .

أي بعبارة أخرى فان معدل الخصوبة الكلي يمثل عدد حوادث الولادات الحية التي تنجب خلال فترة الإنجاب لكل إلف أنثى خلال سنة معينة مع ضرورة افتراض ثبات معدلات الخصوبة المحددة بالعمر .

مثال (4): من خلال بيانات الجدول (2−6) الخاصة بالمثال السابق يتضح ان الناتج الكلي لمعدلات الخصوبة المحددة بالعمر هو : (1174.1) وبعد ضرب ذلك الناتج بالعدد (5) يصبح (5870.5) ، أي ان ذلك يؤشر عدد المواليد الحية التي تتحقق من خلال (1000) امرأة من بدء الدورة الحيضية لهن حتى وصولهن سن اليأس وهو (49) سنة.

كما يؤشر ذلك المعدل عند احتسابه على أساس المرأة الواحدة مؤشراً لا يقل بالأهمية عما تقدم، فانه يدل على ان القدرة على الإنجاب تتراوح تقريباً عند (5.9) مولوداً خلال الفترة الإنجابية للمرأة الواحدة في المجتمع ، وبهذه المناسبة فان هذا المعدل يستخدم عادة في تقدير متوسط حجم الأسرة في المجتمع عند جيل معين .

ومن المآخذ التي تسجل على هذا المقياس هي افتراض عدم وجود وفيات بين الإناث خلال الفترة الإنجابية وللدفعة الكاملة، كذلك افتراض عدم تأثر المعدل بالتكوين العمري، أي بمعنى ثبات معدلات خصوبة الإناث عند الدفعة الكاملة طيلة الفترة الإنجابية لهن .

ويمكن بطريقة أخرى إيجاد عدد المواليد الأحياء للدفعة الواحدة ولأي فترة إنجابية جزئية وذلك بموجب معدل الخصوبة التجميعية **(Age- Cumulative Fertility Kate- ACFR)** حين يتم احتساب ذلك المعدل، وذلك بتجميع معدلات الخصوبة العمرية من الفئة العمرية الاولى حتى الفئة العمرية المحددة ، أو بطرح فترة إنجابية تجميعية من أخرى بغية تحديد ذلك المعدل عند الفترة المحددة بالفترتين التجميعيتين .

مثال (5): من بيانات الجدول (4-6) الخاص بالمثال (3) فان معدلات الخصوبة التجميعية لكافة الأعمار موضحة في الجدول :

الجدول (2-7)

الفئات العمرية	معدلات الخصوبة التجميعية	طول الفئة	معدل الخصوبة خلال 5 سنوات	الخصوبة التجميعية
15-	0.0662	5	0.3310	0.3310
20-	0.1636	5	0.8180	1.1490
25-	0.3159	5	1.5795	2.7285
30-	0.3011	5	1.5055	4.2340
35-	0.2054	5	1.0270	5.2610
40-	0.1092	5	0.5460	5.8070
49-45	0.0127	5	0.0635	5.8705
الناتج الكلي	1.1741	-	-	-

ومن التطبيقات المشتقة من هذا المقياس ايضا هو ما يعرف بمعدل التولد الإجمالي **(Gross Reproduction Rate- GRR)**، حيث يتم حساب هذا المعدل بموجب الصيغة التالية :

$$(18)\ldots\ldots \qquad GRR = \frac{B^f}{B^T}(T.F.R.)$$

حيث ان : (B^f) عدد المواليد الأحياء من الإناث خلال السنة.

(B^T) عدد المواليد الإحياء من كلا النوعين خلال السنة.

مثال (6): من بيانات الجدول (2-6) الخاص بالمثال (3) إذا كان معلوما لدينا ان نسبة الذكور للإناث في ذلك البلد قد بلغت (105%) خلال تلك السنة ، فان معدل التولد الإجمالي يحسب كالآتي :

الحل: نستخرج إعداد المواليد الأحياء من الإناث خلال السنة

$$\frac{309320}{205}(100) = 150888$$

$$G.R.R = \frac{150888}{309320}(5870.5$$
$$=2863.7$$

أي ان ذلك يؤشر أعداد المواليد الإحياء من الإناث اللائي يتحققن من خلال (1000) امرأة من بدء الدورة الحيضية لهن وحتى وصولهن سن اليأس (49) سنة، بافتراض عدم حصول حالة وفاة واحدة بذلك الفوج من النساء خلال تلك الفترة .

5. متوسط العمر عند الإنجاب: (The Mean Age of Childbearing-M)

يفترض هذا المقياس عدم وقوع حادثة الوفاة لجيل من النساء مع افتراض عدم التأثر بالتكوين العمري وبذلك فانه يعبر عن متوسط سن الإنجاب لجيل من النساء عند سنة معينة .

ونظراً لتعدد طرق حساب هذا المتوسط، إلا أننا سوف نتطرق إلى احدها والتي تعرف بالطريقة المباشرة، حيث يتم حساب ذلك المتوسط بموجب الصيغة :

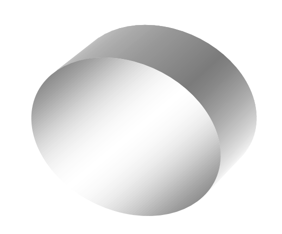
$$\textbf{(19)}\ldots\ldots\quad M^{-} = \frac{\sum_{j=1}^{7} A_j F_j}{\sum_{J=1}^{7} F_j} \qquad :(j = 1,2,\ldots\ldots,7)$$

حيث ان : A_j تمثل مراكز الفئات (j)

F_j تمثل معدل المواليد عند الفئة (j)

والمثال الآتي يوضح كيفية حساب هذا المتوسط.

مثال (7): **من بيانات الجدول (2−6) الخاص بالمثال (3)، فان متوسط سن الإنجاب يحسب كما هو موضح بالجدول (2−8) .**



تمارين

1- اذكر أسباب اختيار العينة بدلا من إتباعنا لأسلوب المسح الشامل .

2- علل أسباب اختيار كل طريقة من طرق المعاينة مع ذكر الأمثلة مع كل طريقة من تلك الطرق .

3- اوجد حجم العينة (n) التي يجب أخذها من توزيع طبيعي ذي انحراف معياري قدره (5) للحصول على فترة (90%) ثقة للوسط الحسابي وبطول (4) وحدات قياس .

4- في احدى التجارب لتقدير معدل دقات القلب بالدقيقة الواحدة لمجتمع معين وجد من خلال عينة تجريبية بحجم (49) ان المتوسط هو (130)، فإذا كان من المعقول افتراض ان هؤلاء الـ(49) مريضا يشكلون عينة عشوائية وان توزيع المجتمع الطبيعي بانحراف معياري مقداره (10) ، فما هو حجم العينة المطلوب لتقدير المتوسط ليكون ما بين دقيقتين للقلب مع ثقة (95%) .

5- في دراسة حول طول مدة المكوث في المستشفى شملت عدة مستشفيات، سحبت عينة تجريبية بحجم (64) مريضا من قائمة تشمل جميع المصابين بمرض معين من الذين راجعوا تلك المستشفيات، فإذا وجد ان الانحراف المعياري لطول مدة المكوث للعينة التجريبية كان اربعة أيام، فما هو حجم العينة التي تحتاج الى تقدير المتوسط ليكون ما بين واحد لكل اتجاه مع ثقة قدرها (99%) .

الجدول (2−8)

الخصوبة العمرية المرجحة (4)	معدلات الخصوبة العمرية (5)	مراكز الفئات (2)	فئات العمر (1)
1.1585	*0.0662*	*17.5*	*15−*
3.6810	*0.1636*	*22.5*	*20−*
8.6873	*0.3159*	*27.5*	*25−*
9.7858	*0.3011*	*32.5*	*30−*
7.7025	*0.2054*	*37.5*	*35−*
4.6410	*0.1092*	*42.5*	*40−*
0.6033	*0.0127*	*47.5*	*45−49*

$$M = \frac{36.2594}{1.1741} = 30.88 \cong 31 \text{ (سنة)}$$

أي ان ذلك يدل على ان متوسط سن الإنجاب عند هذه البيانات خلال تلك السنة عند العمر (31) سنة . كما ويمكن احتساب هذا المتوسط بأساليب خاصة ايضا .

6. معدل المواليد العمري المعدل حسب النوع (Sex-Age Adjusted Birth Rate- S)

لقد سبق ان أوضحنا بشكل تفصيلي بأن معدل الوفيات الخام يعتبر مقياساً غير مناسب لإجراء المقارنات سواء كان ذلك ما بين الدول أو بأختلاف الزمن ضمن البلد الواحد، وقد أتضح ضرورة معايرة هذا المعدل بغية تنقيته من آثار التغير في التركيب العمري والنوعي للسكان .

إما بالنسبة لمعدل المواليد الخام فانه هو الأخر يعتبر من المقاييس التي لا يعتمد عليها عند أجراء تلك المقارنات، الأمر الذي يتطلب معايرته أو ترجيحه أيضا، وبهذا الموضوع قامت منظمة الصحة العالمية باستخراج النسب المئوية للخصوبة لـ (52) دولة تختلف فيما بينها بمستويات الخصوبة وبعد تسجيل متوسط الخصوبة لكل دولة ولعدة سنوات ومن ثم حساب متوسط المتوسطات للدول المنخفضة الخصوبة مجتمعة وللدول المرتفعة الخصوبة ايضا فكانت النتائج كما هي موضحة بالجدول (2−9) .

جدول (2-9)

متوسطات النسب المئوية للخصوبة محتسبة من بين (52) دولة والأوزان المختارة لقياس الخصوبة

الفئات العمرية	متوسطات النسبة المئوية للخصوبة	الأوزان المختارة للترجيح
15-	6.30	1.6
20-	25.30	6.6
25-	27.60	7.2
30-	21.10	5.5
40-44	13.40	3.5
المجموع	6.30	1.6

وعموماً فان معدل المواليد العمري المعدل حسب النوع يمثل عدد المواليد لكل إلف من الدفعة المرجحة لأعداد النساء في الفئات العمر الخمسية ولكل الفئات ضمن الحدود العمرية للإنجاب. وفيما يأتي مثال يبين كيفية حساب معدل المواليد العمري المعدل حسب النوع .

مثال (7): من بيانات الجدول (2-6) الخاصة بالمثال (3) المطلوب حساب معدل المواليد العمري المعدل حسب النوع .

الجدول (2-10)

الفئات العمرية	الأوزان الترجيحية (W_j)	عدد الإناث (F_j)	(F_jW_j)
15-	*1.6*	*578659*	*925854.4*
20-	*1.6*	*386484*	*618374.4*
25-	*7.2*	*218175*	*2002860.0*
30-	*5.5*	*198776*	*1093268.0*
35-	*3.5*	*189643*	*663750.5*
40-44	*1.6*	*177455*	*283928.0*
المجموع	*26.0*	*1809192*	*5588035.3*

وحيث ان مجموع عدد المواليد الإحياء للفئات العمرية هو (307802) مولوداً فان معدل المواليد يحسب كما يأتي :

$$S = \frac{\sum F_j}{\sum F_j W_j}(1000)$$

$$= \frac{307802}{5588035.3}(1000)$$

= 55.08%

3-4 . إحصاءات الأمراض:

Morbidity Statistics

تعريف الأمراض:

تعرف إحصاءات الإمراض باعتبارها مجموعة المؤشرات أو المقاييس التي تتعلق بمجموع السكان المعرضين لخطر الإصابة أو المصابين بمرض معين من بين مجموع سكان المجتمع عموماً .

وفي ضوء ذلك فان مسألة تحليل الوضع الصحي للمجتمع يعتمد بشكل مباشر على هذا النوع من الإحصاءات الحياتية والتي بموجبها يتم وضع الخطط اللازمة لتحسين أحوال المواطنين الصحية .

ومن اجل تحقيق المقاييس اللازمة لإحصاءات الأمراض فانه لابد من توفير صنفين من البيانات هما :

(أ) البيانات التي تتعلق بأنواع الأمراض للمرضى الراقدين ومراجعي العيادات الخارجية للمؤسسات الصحية سواء كان ذلك بالنسبة للعامة منها أو الاختصاصية، الحكومية منها والخاصة دون استثناء. حيث يتم تسجيل التشخيص النهائي للحالات المرضية في جداول ، تُسلسل حسب أهميتها مع مراعاة استخدام الدليل الدولي للأمراض في اختيار السبب المباشر للمرض .

(ب) البيانات المشتقة التي يتم تصنيفها بموجب متغيرات عديدة منها ذات العلاقة بالخصائص الديموغرافية كالعمر، محل الإقامة والمهنة والجنس ... الخ . ومنها ذات العلاقة بالناحية التخطيطية والإدارية كفترة الرقود (الإقامة) وأنواع العلاجات التي تلقاها المريض ، طريقة مراجعة المريض هل جاء بناءً على توصية طبيب ممارس أم أحيل من مستشفى أم بناءً على رغبته....الخ .

وعموماً فان نوعي البيانات اضافة لاستخدامها في مجالي التخطيط الادارة وهي مبوبة وملخصة في جداول ، إلا ان استخدام المؤشرات الإحصائية حولها من خلال المقاييس المسماة بإحصاءات الأمراض تجعلها على قدر من الأهمية باتجاه إمكانية تحليل الواقع الصحي في المجتمع أو لمنطقة معينة ضمن ذلك المجتمع، كما ان مسألة عدم اكتمال التسجيل والاختلاف في بيانات الوفيات والولادات (الخصوبة) من منطقة إلى أخرى تجعل هذا النوع من الإحصاءات الحياتية على قدر من الأهمية خاصة في مجال تحليل الوضع الصحي واجراء المقارنات ما بين مناطق الدولة ضمن المجتمع الواحد من جهة وبين الدول المختلفة من جهة أخرى .

مقاييس الأمراض Morbidity Measures :

تعتبر البيانات التي تجمع عن فعاليات المؤسسات الصحية والخاصة بالمرضى الراقدين أو مراجعي العيادات الخارجية بعد تبويبها في جداول خاصة هي غير كافية من دون معالجتها إحصائيا، ومن بين أساليب المعالجة هي مقاييس إحصاءات الأمراض وفيما يأتي أهم هذه المقاييس :

1. معدل الإصابة الخام (Grude Incidence Rate- (CIR))

ويعرف ايضا بمعدل التمرض الخام وبموجب هذا المعدل يمكن قياس عدد الإصابات المرضية التي تصيب الأشخاص بصورة عامة بغض النظر عن نوع المرض أو الأمراض لكل ألف من السكان في منتصف العام ، ويساوي :

$$(CIR) = \frac{\text{عدد الإصابات المرضية بصورة عامة خلال}}{\text{عدد السكان في منتصف تلك السنة}} (1000)$$

وبصيغة الرموز فان هذا المعدل يكتب :

$$CIR = \frac{M}{P}(1000)$$

مثال (1): بلغ عدد الإصابات المسجلة في كافة المؤسسات الصحية في بلد ما **7121293** خلال احد الأعوام، فإذا كان عدد السكان في ذلك البلد عند منتصف ذلك العام يقدر بـ (**70**) مليون نسمة فان معدل التمرض الخام يساوي :

$$\textbf{(20)}.... \quad CIR = \frac{7121293}{70000000}(1000)$$

$$= 101.73 \cong 102\%$$

أي ان هناك (**102**) من المصابين بمرض (غير محدد) لكل إلف من السكان في ذلك البلد خلال ذلك العام وهي نسبة مرتفعة وتعكس انخفاض المستوى الصحي في هذا البلد .

2. معدل الإصابة: (Incidence Rate- (IR))

يعبر هذا المقياس عن عدد الإصابات الجديدة من مرض معين في بلد ما خلال السنة لكل إلف من السكان في منتصف السنة ، ويساوي :

$$(IR) = \frac{\text{عدد الإصابات الجديدة من مرض معين خلال السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} (100.000)$$

وبصيغة الرموز فان هذا المعدل يكتب :

$$(IR) = \frac{I}{P}(100.000)$$

مثال (2): **بلغ عدد الحالات المسجلة من المصابين بفشل الكلية الحاد 5028 خلال عام 1991 ، فإذا كان عدد السكان في منتصف السنة هو 12602318 نسمة ، فان معدل الإصابة بذلك المرض يساوي :**

$$(IR) = \frac{5028}{12602318}(100.000) = 39.9 \cong 40$$ لكل 100000/ من السكان

أي ان هناك (40) شخصاً مصابين بمرض فشل الكلية الحاد لكل مئة إلف شخص من السكان .

ومن التطبيقات المشتقة عن هذا المقياس هي ما يعرف بمعدل الإصابة النوعي، حيث توجد بعض الأمراض التي تصيب احد الجنسين دون الآخر أو ان تصيب كلا الجنسين بتناسب يختلف نتيجة لعوامل ترتبط بأسباب فسلجية أو إلى غير ذلك من الأسباب أو ان تصيب الصغار دون الكبار أو بالعكس، فان صيغة معدل الإصابة في هذه الحالة تختلف في مقام الصيغة أعلاه بحيث سيتضمن على أعداد ذلك النوع من الجنس أو الجزء في المجتمع دون الآخر من السكان في منتصف العام مع الأخذ بنظر الاعتبار الاختلاف في حالة التناسب ما بين كلا الجنسين أو الأجزاء التي يقسم المجتمع بموجبها في التعرض لخطر الإصابة بذلك المرض .

3. معدل الانتشار: (Prevalence Rate- (PR))

يقيس هذا المعدل مقدار انتشار مرض معين في البلد وذلك بتحديد عدد الإصابات المرضية الجديدة والقديمة خلال فترة زمنية معينة لكل مئة إلف من السكان في تلك الفترة ويساوي :

$$(22)\ldots\ RP = \frac{\text{عدد الإصابات الموجودة (جديدة و قديمة) في فترة زمنية معينة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}}(100.000)$$

مثال (3): **بلغ عدد المصابين بمرض الكوليرا في منطقة معينة في فترة زمنية مسجلة (12208) حالة ، فإذا كان عدد السكان في تلك الفترة 127890210 نسمة ، فان معدل انتشار المرض يساوي :**

$$(PR) = \frac{12208}{127890210}(100.000) = 95.5 \cong 69$$

أي ان هناك 96 إصابة لكل مئة إلف من السكان في تلك الفترة .

ومن التطبيقات المشتقة عن هذا المعدل هي ما يعرف بمعدل الانتشار النوعي ومعدل الإصابة العمري أو النوعي والعمري في نفس الوقت وكما بينا ذلك عند دراستنا لمعدل الإصابة .

4. معدل الهلاك: (Case- Fatality Rate- (CFR))

يقيس هذا المعدل نسبة الوفيات التي تحدث نتيجة للإصابة بمرض معين لكل مئة من المصابين بذلك المرض خلال عام كامل ويساوي :

$$(23)\ldots\ldots \quad CFR = \frac{\text{عدد الوفيات من مرض معين خلال السنة}}{\text{عدد الإصابات المخبر عنها من ذلك المرض خلال تلك السنة}} (100)$$

وبذلك فان هذا المعدل يؤشر مقدار تأثير شدة المرض على المصابين به.

مثال (4): كان عدد الوفيات في بلد ما نتيجة للإصابة بمرض درن العظام والمفاصل عام 1990 هي (250) حالة وفاة بينما كان عدد الإصابات المخبر عنها من ذلك المرض خلال تلك السنة (1352) ، فان معدل الهلاك من ذلك المرض يساوي :

$$(CFR) = \frac{250}{1352}(100) \;\; = 18.5 \cong 19\%$$

أي ان (19) حالة وفاة تحدث لكل مئة من الإصابات في ذلك المرض .

5. معدل وفيات المرضى داخل المستشفى:

(Patients Death Rate In Hospital- (PDK))

يقيس هذا المعدل عدد الوفيات الحاصلة في المستشفى خلال السنة لكل إلف من المرضى الخارجين من المستشفى خلال تلك السنة ويساوي :

$$(24)\ldots\ldots \; PDR = \frac{\text{عدد الوفيات الحاصلة في المستشفى خلال السنة}}{\text{عدد المرضى الخارجين من المستشفى خلال تلك السنة}} (1000)$$

مثال (6): بلغ عدد حوادث الوفاة في مستشفى معين خلال السنة (342) حادثة، فإذا كان عدد المرضى الذين غادروا تلك المستشفى خلال تلك السنة 12500 حالة فان معدل وفيات المرض داخل المستشفى يساوي :

$$(PDR) = \frac{342}{12500}(1000)$$
$$= 27.36 \cong 27\%$$

أي ان هناك (27) حادثة وفاة تحدث خلال تلك السنة لكل إلف من المرضى الخارجين من المستشفى .

6. نسبة عدم الاكتمال: (Immaturity Ratio- IR)

يعبر هذا المقياس عن عدد الولادات الحية بوزن اقل من كيلوغرامين ونف خلال السنة لكل ألف من العدد الكلي للولادات الحية خلال تلك السنة ويساوي :

$$(1000)\ \frac{\text{عدد الولادات الحية بوزن اقل من (2.5)كغم خلال السنة}}{\text{العدد الكلي للولادات الحية خلال السنة}}\ (IR) \quad \ldots\ldots(25)$$

مثال (6): بلغ عدد الولادات الحية التي يقل وزن المولود فيها عن (2.5) كغم خلال السنة (10925) ، فإذا كان عدد الولادات الحية خلال تلك السنة (1375902)، فان نسبة عدم الاكتمال تساوي :

$$IR = \frac{10925}{1375902}(1000) = 7.9 \ \cong 8\%$$

أي ان هناك (8) من المواليد الإحياء ممن يقل وزنهم عن (2.5) كغم لكل إلف من الولادات الحية خلال السنة .

7. معدل الاعتراء الثانوي: (Second Attack Rate- (SAR))

يؤشر هذا المقياس معدل ظهور المرض المعدي (contagious) عند الأشخاص المعرضين للإصابة به من الذين تعرضوا للحالة الأولية، أي ان هذا المعدل يقيس عدد الحالات الإضافية من الأفراد من المتصلين بالحالة الأولية خلال اكبر فترة حضانة لانتشار المرض لكل إلف من العدد الكلي للمتصلين المعرضين للإصابة بذلك المرض ويساوي :

$$(1000)\ \frac{\text{عدد الحالات الإضافية للمتصلين بالحالة الأولية خلال اكبر فترة حضانة للمرض}}{\text{عدد المتصلين المعرضين للإصابة الكلي}}\ (SAR) \quad \ldots\ldots(26)$$

ويستخدم هذا المعدل ايضا في قياس انتشار التلوث Infertion ويطبق على وجه الخصوص على العائلة او المدرسة ، حيث تهيئ تلك المجتمعات مجالاً متصلاً للأفراد بشكل واضح .

2- 4. جداول الحياة :

The Life Table

تتطلب عملية تحليل بعض المسائل الديموغرافية من تقدير عدد الأشخاص المتوقع بقاؤهم على قيد الحياة لمدة زمنية محددة (غالباً لمدة خمس أو عشر سنوات لاحقة عادة) من مجموع السكان أو لفئة عمرية معينة من الفئات العمرية للسكان .

ويمكننا تعريف جداول الحياة على انها ممثلة لتاريخ حياة مجموعة افتراضية (أو فوج) من الأشخاص يتناقصون تدريجياً بالوفاة ، حيث يبدأ السجل عند ميلاد كل شخص ويستمر حتى وفاة الجميع .

من جانب آخر فان جداول الحياة تتطلب عند بنائها مجموعة الافتراضات الآتية :

أولاً. ان النقص الذي يحصل بالفوج يكون نتيجة لحادثة الوفاة فقط، حيث يفترض مجتمعاً مغلقاً أمام نوعي الهجرة (الداخلية والخارجية) .

ثانياً. يبدأ الفوج بعدد قياسي من المواليد ويطلق عليه بأساس جدول الحياة (Radix) ويكون عادة احد القيم (100000.10000.1000) .

ثالثاً. تحصل حادثة الوفاة في كل عمر وفقاً لجدول مقدماً ولا يتغير.

رابعاً. تتوزع حوادث الوفاة بانتظام ما بين عيد ميلاد معين والعيد الميلادي التالي له باستثناء السنوات المبكرة من الحياة .

خامساً. نتيجة لاختلاف نمط الوفاة ما بين الذكور والإناث فان الامر يتطلب حساب كل جنس على انفراد .

كما ان هناك نوعين لجداول الحياة، هي جداول الحياة لجيل أو لدفعة معينة أو فعلية (The Cohort Life Table) ، وجداول الحياة المستمرة (الجارية) أو الحالية (The Current Life Table) ، ففي النوع الأول يتم تسجيل واقعات الوفيات، الامر الذي يتطلب سلسلة طويلة من البيانات قد تصل إلى مائة سنة أو أكثر مما يؤشر مدى الصعوبات التي يتضمنها هذا العمل، إلا ان هذا النوع من الجداول له بعض التطبيقات العملية منها على وجه الخصوص دراسة مجتمعات بعض الحيوانات ودراسة مدى أو طول حياة المكائن والآلات ، أي المنتجات التي تتصف بعمر محدد عند استخدامها .

أما النوع الثاني من جداول الحياة، فإنها تهيئ معلومات عن حوادث الوفاة وتوقعاتها، كذلك تحدد عدد الباقين على قيد الحياة لكافة السكان ولكافة الأعمار خلال فترة زمنية محددة (عادة سنة واحدة أو ثلاث سنوات أو خمس سنوات أو خلال الفترة ما بين تعدادين سكانيين) .

وعموماً فان نوعي جداول الحياة تبنى بطريقتين، أما ان تكون كاملة أو ان تكون مختصرة ، فالطريقة الاولى تشتمل جداول الحياة على كافة السنوات من الصغر حتى آخر عمر يبلغه الفرد، في حين تكون الطريقة المختصرة مشتملة على فئات عمرية (عادة خمسية) باستثناء الفئة العمرية الاولى، حيث يتم تقسيمها إلى أربع سنوات .

ومن التطبيقات المشتقة لجداول الحياة هي بناء جدول خاص بالإناث أو الذكور أو حسب مجموع السكان في المجتمع ككل .

مكونات جداول الحياة :

The Life Table Contains

تتكون جداول الحياة من عدة أعمدة وسوف نقوم بتوضيح كل منها من خلال المثال العددي الآتي :

مثال (1): يمثل الجدول (2−11) جدول الحياة لنوع من حيوانات التجارب حيث كان عدد تلك الحيوانات عند بدء التجربة (200) حيوان ، وقد تمت مراقبتها حتى ماتت جميعها .

جدول (2−11)

X (1)	ndx (2)	Lx (3)	nqx (4)	nLx (5)	Tx (6)	e_x^o (7)
0	*30*	*200*	*0.15*	$170+\frac{30}{2}=185$	***530***	$\frac{530}{200}=2.65$
1	*45*	*170*	*0.26*	$25+\frac{45}{2}=147.5$	*345*	$\frac{345}{170}=2.03$
2	*55*	*125*	*0.44*	$70=\frac{25}{2}=97.5$	*177.5*	$\frac{197.5}{125}=1.58$
3	*30*	*70*	*0.43*	$40+\frac{30}{2}=55$	*100*	$\frac{100}{70}=1.43$
4	*20*	*40*	*0.50*	$20+\frac{20}{2}=30$	*45*	$\frac{40}{45}=0.89$
5	*15*	*20*	*0.75*	$5+\frac{15}{2}=12.5$	*15*	$\frac{15}{20}=0.75$
7	*5*	*5*	*1.00*	$0+\frac{5}{2}=2.5$	*2.5*	$\frac{2.5}{5}=0.5$

المصدر: (فرضي) .

حيث ان الرموز التي تتضمنها أعمدة الجدول يؤشر كل منها إلى ما يأتي :

العمود الأول (1) : يدل على العمر (x) بالسنوات الكاملة ولا تحتسب كسور السنة مهما كانت قيمتها، أي بعبارة أخرى انه يمثل الفترة الزمنية (x, x+n) التي طولها n حيث يبدأ بالصفر دائماً وينتهي بآخر عمر يصله آخر أفراد الفوج .

العمود الثاني (2): يدل على عدد الوفيات خلال الفترة (x, x+n)، ويشار إليه بالرمز n dx، أي انه يمثل عدد المتوفين في الأعمار ما بين العمر x والعمر x+1 عند كل عمر يصله الباقون على قيد الحياة من أفراد الفوج .

العمود الثالث (3): يدل على عدد الأشخاص الباقين على قيد الحياة عند العمر (x) بالضبط ويشار إليه بالرمز (Lx) .

العمود الرابع (4) : يدل على احتمال الوفاة بين العمر x والعمر (x+1) حيث يعتبر العمود الأساس في جداول الحياة ويستخرج بموجب الصيغة الآتية :

$$nqx= (ndx)/ (Lx) \qquad (27)$$

العمود الخامس (5): يدل على عدد السنوات التي عاشها الفوج بين العمر (x) والعمر (x+n) أي خلال الفترة التي يعيشها الفوج، أي ان :

$$nLx = L_{x+n} + \frac{ndx}{2} \ldots.. \qquad (28)$$

العمود السادس (6): يدل على عدد أو جملة السنين التي عاشها الفوج بعد العمر المضبوط (X). أو هو عدد سنوات الحياة الحادثة خلال الفترة (x)، وجميع الفترات اللاحقة بها.

أي ان:

$$T_x = \sum_{y \succ x} nLy \ldots\ldots.. \qquad (29)$$

العمود السابع (7): يدل على توقع الحياة ويشار إليه بالرمز e_x^o، أي بعبارة أخرى فهو يؤشر مقدار متوسط عدد السنوات المتوقع ان يعيشها الفرد بعد العمر المضبوط (x) .

$$e_x^0 = \frac{T_x}{L_x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(30)$$

6.2 تطبيقات جداول الحياة :

Applications of life Tables

يمكن تطبيق جداول الحياة في حالات متعددة وذلك عندما يشار إلى مفهومي الولادة (بالدخول) والوفاة (بالمغادرة)، والمثال التالي يبين احد تلك الاستخدامات .

مثال (2): **إذا كان لدى احد المراكز الطبية (1000) عليه من دواء معين استخدم منها 20% خلال الشهر الأول في السنة و 45% في الشهر الثاني من المتبقي و 50% في الشهر الثالث من المتبقي ايضا و 65% من المتبقي خلال الشهر الرابع وفي الشهر الخامس استخدم كل ما تبقى ، المطلوب :**

أ. تكوين جدول حياة شهري الـ (1000) علبة.

ب. ما هو احتمال ان واحد من الـ (1000) علبة ان:

- **تستخدم في الشهر الأول.**
- **تستخدم في الشهر الثاني.**
- **لم تستخدم قبل الشهر الرابع.**

الحل: **من خلال المعلومات السابقة يمكن بناء جدول الحياة وكما هو مبين بالجدول أدناه :**

الجدول (2−12)

الشهر	x	ndx	Lx	nqx	nLx	Tx	e_x^o
1	0	200	1000	0.20	900	2037	2.037
2	1	360	800	0.45	620	1137	1.421
3	2	220	440	0.50	330	517	1.175
4	3	143	220	0.65	149	187	0.850
5	4	77	77	1.00	38	38	0.494

المصدر : (فرضي)

لذلك من البديهي ان يكون احتمال استخدام احد العلب في الشهر الأول (0.20) وان احتمال استخدام احد العلب من بين الـ (1000) علبة في الشهر الثاني هو (0.36)، أي ان (360/1000) ، واخيرا فان احتمال عدم استخدام احد العلب من بين (1000) علبة الأصلية قبل الشهر الرابع هو :

(220/1000=0.22)

مثال (3): يستقبل مستشفى للإمراض السرطانية (30) حالة جديدة أسبوعياً ، يغادر المستشفى **30% منهم خلال الأسبوع الأول و 15% من الباقين يغادرون خلال الأسبوع الثاني و 20% من الباقين يغادرون خلال الأسبوع الثالث و 40% من الباقين يغادرون خلال الأسبوع الرابع و 70% من الباقين يغادرون خلال الأسبوع الخامس جميعاً يغادرون قبل ان يبلغوا الأسبوع السادس من دخولهم، فكم عدد الأسرة التي يجب ان تتوفر لدى المستشفى .**

الحل: يمكن ان نستخرج جدول الحياة وكما يأتي :

الجدول (2-13)

الأسبوع	x	Lx	ndx	nqx	nLx	Tx
1	*0*	*1000*	*300*	*0.30*	*850*	*2644*
2	*1*	*700*	*105*	*15.*	*648*	*1794*
3	*2*	*595*	*119*	*0.20*	*536*	*1146*
4	*3*	*476*	*190*	*0.40*	*381*	*610*
5	*4*	*286*	*200*	*0.70*	*186*	*229*
6	*5*	*86*	*86*	*1.00*	*43*	*43*

المصدر : (فرضي)

فإذا كان هناك (30) حالة جديدة أسبوعياً فان نسبتهم إلى أساس جدول الحياة هي :

$$\frac{30}{1000} = 0.03$$

وعليه فان عدد المصابين المتواجدين في المستشفى هو **0.03 To** أي ان :

$$(0.03)\ To = 0.03\ (2644)$$
$$= 79.32$$
$$= 79$$

أي انه يجب ان يتوفر للمستشفى 79 سريراً على الأقل.

وهناك طريقة أخرى لإنشاء جداول الحياة، فبدلاً من الانتظار حتى تمر الفترة الزمنية اللازمة لبناء الجدول وهي (x, x+n) كاملة فانه يمكن إنشاء الجدول اعتماداً على المعلومات المتوفرة عند بدء الفترة الزمنية المذكورة لمتابعة الفوج أو الجيل، والمثال الآتي يوضح هذه الطريقة :

مثال (4): إذا كان عدد الولادات الحية المتحققة (بالإلف) خلال السنة لنوع معين من حيوانات التجارب هو (1000) . وكان معلوماً ان هناك (810) من الباقين على قيد الحياة من ولادات السنة السابقة و (820) من الباقين على قيد الحياة من مواليد العامين السابقين و (340) من الباقين على قيد الحياة من المواليد المتحققة قبل ثلاثة سنوات و (130) من الباقين على قيد الحياة من المواليد المتحققة قبل أربع سنوات. فإذا تمت مراقبة هذه الإعداد من المواليد لمدة عام كامل وتم تسجيل حوادث الوفيات المتحققة عند كل عمر، فان الجدول(2-14) يوضح تلك النتائج :

الجدول (2−14)

العمر بالسنوات	العدد عند بداية السنة	الوفيات خلال السنة
0	1000	210
1	810	405
2	820	615
3	340	306
4	130	130

المصدر: (فرضي)

المطلوب : بناء جدول الحياة على افتراض ان هناك (10000) من الولادات التي تتحقق خلال السنة الواحدة .

الجدول (2−15)

العمر بالسنوات	nqx	Lx	ndx	nLx	Tx	e_x^o
0	0.21	10000	2100	8950	17939	1.794
1	0.50	7900	3950	5925	8989	1.138
2	0.75	3950	2963	2470	3064	0.776
3	0.90	488	889	544	594	0.601
4	1.00	99	99	50	50	0.505

ومن الجدير بالملاحظة هو ان جداول الحياة المذكورة سابقا تدعى بجداول الحياة الكاملة (complete life table) حيث يلاحظ انها تتضمن مفردات السنين كافة، أي ان لكل سنة من سنوات العمر مبتدئة من الصفر إلى آخر عمر يصله الفرد. إما الجداول التي تتضمن على فئات عمرية (عادة كل خمس سنوات) فتدعى بجداول الحياة المختصرة (Abridged life table)، حيث توزع الأعمار على شكل فئات خمسية عدا الفئة الاولى فتقسم إلى قسمين، يتضمن القسم الأول على العمر الذي يقل عن سنة واحدة والقسم الثاني على الفترة العمرية ما بين السنة الواحدة وحتى انتهاء السنة الرابعة من العمر، والمثال التالي يوضح هذا النوع من الجداول :

مثال (5): يمثل الجدول (2−16) احتمالات الوفيات لجدول حياة الإناث في العراق عام 1977 لكل ألف من الإناث الإحياء عند كل سنة عمرية .

الجدول (2−16)

العمر	معدل الوفيات
0−	0.0792
1−	0.0253
5−	0.0077
10−	0.0049
15−	0.0069
20−	0.0089
25−	0.0146
30−	0.0163
35−	0.0215
40−	0.0259
45−	0.0307
50−	0.0397
55−	0.0678
60−	0.1096
65−	0.1362
70−	0.2185
75−	0.3578
80+	1.0000

المصدر: (فرضي)

الحل: من خلال المعلومات المتوفرة يمكن بناء جدول الحياة لمجموعة افتراضية عددها (10000) شخص وكما يأتي :

الجدول (2−17)

جدول الحياة للإناث العراقيات حسب معدلات الوفيات التفصيلي

الفئات العمرية	nq_x	L_x	nd_x	nL_x	T_x	e_x^o
0−	0.0792	10000	792	9445.6	605135.9	60.51
1−	0.0253	9208	233	36272.8	595690.3	64.69
5−	0.0077	8975	69	44702.5	559417.5	62.33
10−	0.0049	8906	44	44420	514715.0	57.79
15−	0.0069	8862	61	44157.5	470295	53.07
20−	0.0089	8801	78	43810	426137.5	48.42
25−	0.0146	8723	127	43297.5	382327.5	43.83
30−	0.0163	8596	140	42630	339030.0	39.44
35−	0.0215	8456	182	41825	296400.0	35.05
40−	0.0259	8274	214	40835	254575.0	30.77
45−	0.0307	8060	247	39682.5	213740.0	26.52
50−	0.0397	7813	310	38290.0	174057.5	22.28
55−	0.0678	7503	509	36242.5	135767.5	18.09
60−	0.1096	6994	767	33052.5	99525.0	14.23
65−	0.1362	6227	848	29015.0	66472.5	10.67
70−	0.2185	5379	1175	23957.5	37457.5	6.96
75−	0.0578	4204	3606	12005	13500.0	3.21
80+	1.0000	598	598	1495	1495.0	2.50

المصدر: (فرضي).

ونظراً لأرتفاع الوفيات في الأيام الاولى من العمر والتي تبدأ بالانخفاض تدريجياً ، لذلك من الخطأ أن نفترض توزيع الوفيات بأنتظام خلال السنوات الأولى من العمر ، ولتلاقي هذا الخطأ فقد تم تطبيق أحدى الصيغ التقريبية الملائمة في كثير من جداول الحياة .

الفئة العمرية الأولى $L_0 = 0.3\ I_0 + 0.7\ I_1$

الفئة العمرية الثانية $L_1 = 4\ (0.4I_1 + 0.6I_2)$

أما بالنسبة لبقية الفئات الأخرى فقد تم تطبيق الصيغة العامة التي تفترض انتظام توزيع الوفيات على الفئات العمرية الخمسية .



تمارين

1-قُدر عدد المواليد الإحياء في بلد ما بـ (578936) نسمة عام 1990 في حين بلغ عدد حوادث الوفاة للأطفال المسجلة خلال نفس العام (12980) طفل كان من بينهم (8712) حالة وفاة خلال الشهر الأول من تلك السنة .

أ. احسب معدل وفيات حديثي الولادة.

ب. احسب معدل وفيات الرضع بعد حديثي الولادة.

جـ. احسب معدل وفيات الرضع.

2-من بيانات الجدول الآتي الذي يتضمن على أعداد المواليد الأحياء وأعداد الوفيات الرضع خلال السنوات (1989-1991) .

السنوات	1989	1990	1991
أعداد المواليد الأحياء	358399	344989	342324
أعداد وفيات الرضع	23822 4434	22283 3847	22003 3758

أ. احسب معدلي الوفاة للرضع التقليدي للسنتين (1989 , 1990) .

ب. احسب معدلي الوفاة للرضع المنقح للسنتين (1989 , 1990) .

3-يمثل الجدول الآتي عدد حالات الولادة الحية في مدينتين مصنفة حسب الأعمار من (18 إلى 28) .

العمر	المدينة A		المدينة B	
	عدد الإناث بالإلف	عدد الولادات الحية	عدد الإناث بالإلف	عدد الولادات الحية
18-	350	63253	650	120110
20-	310	87870	510	200200
22-	250	89690	400	180900
24-	210	91320	350	220300
26-28	180	90760	290	240000

أ. ما معدل الخصوبة الخام في كل من المدينتين ؟
ماذا نستنتج من هذه المعدلات .
ب. احسب معدل الخصوبة المحدد بالعمر في كل من المدينتين ؟
ماذا نستنتج من هذه المعدلات .
جـ. احسب معدل الخصوبة المعياري في كل من المدينتين ؟
ماذا نستنتج من هذه المعدلات .

(4) من بيانات التمرين السابق، احسب المعدلات الآتية :

أ. معدل الخصوبة التجميعي للمدينتين ولكافة الأعمار .
ب. متوسط سن الإنجاب عند كل فئة عمرية ولكلا المدينتين .

(5) كان عدد الوفيات المسجلة في بلد ما نتيجة للإصابة بمرض السل الرئوي عام 1991 هي (687) حالة وفاة، بينما كان عدد الإصابات المخبر عنها من ذلك المرض خلال تلك السنة (981) ن احسب معدل الهلاك نتيجة للإصابة بذلك المرض .

(6) إذا كان معدل ما يستقبله مركز طبي لمعالجة الأورام السرطانية (310) شهرياً فإذا كان 15% منهم يغادرون المركز خلال الشهر الأول، 20% خلال الشهر الثاني من الباقين يغادرون 40% من الباقين خلال الشهر الثالث ويغادر 90% من الباقين خلال الشهر الرابع، ويغادر الباقون جميعاً قبل ان يبلغوا الشهر الخامس من دخولهم، فكم عدد الأسرة التي يجب ان تتوفر لدى المركز ؟

(7) يمثل الجدول الآتي إعداد الوفيات لفوج من حيوانات التجارب موزعة على عدد معين من الأيام، حيث كان عدد تلك الحيوانات عند بدء التجربة (150) حيواناً، وقد تمت مراقبتها حتى ماتت جميعها .

العمر بالأيام (x)	*0- 10- 20- 30- 40- 50- 60- 70*	المجموع
الوفيات خلال الفترة	*10 35 40 25 20 15 5*	*150*

أ . احسب عدد الإحياء عند بدء الفترة لكل فئة عمرية .

ب . احسب احتمال الوفاة بين كل عمر والعمر الذي يليه .

ج . احسب عدد السنوات التي عاشها الفوج بين كل عمر وحتى نهاية الفترة .

د . احسب جملة السنوات التي عاشها الفوج بعد العمر المضبوط (x) .

هـ . احسب متوسط عدد السنوات المتوقع ان يعيشها الفرد بعد العمر المضبوط (x) .

المصادر

❖ المصادر العربية:

1. أبـو صـالح، احمـد صـبحي وعـدنان محمـد عـوض: مقدمـة فـي الإحصـاء، جامعـة اليرموك اربد، الأردن – (1982).
2. البيـاتي، عبـد الجبـار توفيـق: التحليـل الإحصـائي فـي البحـوث التربويـة والنفسـية والاجتماعيـة، الطـرق أللاعلميـة، مؤسسـة الكويـت للتقـدم العلمـي، الطبعـة الأولـى – (1983).
3. البيـاتي، عبـد الجبـار توفيـق وزكريـا اثناسـيوس: الإحصـاء الوصـفي والاسـتدلالي فـي التربيـة وعلـم الـنفس، الجامعـة المستنصـرية، مطبعـة الثقافـة العماليـة، بغـداد (1977).
4. الـدليل الـدولي للأمـراض وأسـباب الوفـاة – مديريـة الإحصـاء– وزارة الصـحة. المراجعة التاسعة – بغداد.
5. الربيعـي، عـدنان شـكري: مقدمـة فـي الإحصـاءات الصـحية والحياتيـة، المؤسسـة العامة للتعليم والتدريب الصحي، وزارة الصحة – العراق – (1981).
6. الشافعي، عبد المنعم ناصر: مبادئ الإحصاء، الجزء الأول، القاهرة، (1967).
7. العتـوم، شـفيق: مبـادئ فـي الإحصـاء، تطبيقـات فـي الإحصـاءات الأردنيـة، منشورات مكتبة النهضة الإسلامية، عمان – الأردن – (1982).
8. بـول. ج هويـل: المبـادئ الأوليـة فـي الإحصـاء، الناشـر دارجـون وايلـي وابنائـه، الطبعة الرابعة، لوس انجلوس، كاليفورنيا – (1975).
9. سـرحان، احمـد عبـادة: مقدمـة فـي طرائـق التحليـل الإحصـائي، معهـد البحـوث والدراسات الاحصائية – جامعة القاهرة – القاهرة – (1972).
10. مـواري ر. شـبيجل: الإحصـاء، سلسـلة ملخصـات سشـوم، نظريـات ومسـائل، دار ماكجروهيل للنشر، ترجمة شعبان عبد الحميد شعبان، القاهرة (1987).

11.واين دانيا: الإحصاء الحيوي اساس للتحليل في العلوم الصحية، زياد رشاد عبد الله، الجامعة المستنصرية، العراق (1985).
12- خواجه، خالد، سلسلة محاضرات، في مادة الاحصاء الحياتي (الوفيات،الخصوبة، جداول الحياة) ألقيت على طلبة الدبلوم العالي الدورة الثالثة في الاحصاء السكاني، المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية، الجامعة العربية.

❖ المراجع الأجنبية:

1. Banderford Hill: "Fundamental in Biostatics"; (1975).
2. Dumm & Clark; "Applied Statistics"; John Wiley & Sons, New York, (1974).
3. Forest E. Linder & Robert D. Grove; "Vital statistics rates in the United States, 1900-1940"; United States Government printing offices, Washington, D. E. (1947).
4. W. A. Struges; "The choice of a class internal"; Journal of American Statistical Association, 21, 65-66; - (1926).
5. "Lift table and mortality analysis" WHO. (1977).
6. "Manual of Mortality Analysis" WHO, (1977).
7. Minium, Edward W. "Elements of Statistical Reasoning" New York, John Wiley & Sons, (1982).
8. Paul. G. Woel: "Elementary Statistics"; Fourth edition, Copyright by John Wiley & Sons, England, Ltd, (1976).
9. Taro yammne; "Elementary Sampling Theory"; Prentice Wall, Inc., Englewook Cliffs, N. J. (1967).
10. Younis, Maha Sulayman: "Psychoneurotic profiles of paramedical students", A study submitted to Iraqi Commission of Iraqi Board in Psychoneurotic, April (1992).
11. UN. "Age & Sky Patterns of Mortality"; Model life tables for under development countries, UN publication, Sales No. 55.

(Table A)

Squares and Square Roots

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	$(10n)^2$
1.0	**1.00**	**1.00000**	**3.16228**	**100**
1.1	**1.21**	**1.04881**	**3.31662**	**121**
1.2	**1.44**	**1.09545**	**3.46410**	**144**
1.3	**1.69**	**1.14018**	**3.60555**	**169**
1.4	**1.96**	**1.18322**	**3.74166**	**196**
1.5	**2.25**	**1.22474**	**3.87298**	**225**
1.6	**2.56**	**1.26491**	**4.00000**	**256**
1.7	**2.89**	**1.30384**	**4.12311**	**289**
1.8	**3.24**	**1.34164**	**4.24264**	**324**
1.9	**3.61**	**1.37840**	**4.35890**	**361**
2.0	**4.00**	**1.41421**	**4.47214**	**400**
2.1	**4.41**	**1.44914**	**4.58258**	**441**
2.2	**4.84**	**1.48324**	**4.69042**	**484**
2.3	**5.29**	**1.51658**	**4.79583**	**529**
2.4	**5.76**	**1.54919**	**4.89898**	**576**
2.5	**6.25**	**1.58114**	**5.00000**	**625**
2.6	**6.76**	**1.61245**	**5.09902**	**676**
2.7	**7.29**	**1.64317**	**5.19615**	**729**
2.8	**7.84**	**1.67332**	**5.29150**	**784**
2.9	**8.41**	**1.70294**	**5.38516**	**841**
3.0	**9.00**	**1.73205**	**5.47723**	**900**
3.1	**9.61**	**1.76068**	**5.56776**	**961**
3.2	**10.24**	**1.78885**	**5.65685**	**1024**
3.3	**10.89**	**1.81659**	**5.74456**	**1089**
3.4	**11.56**	**1.84391**	**5.83095**	**1156**
3.5	**12.25**	**1.87083**	**5.91608**	**1225**
3.6	**12.96**	**1.89737**	**6.00000**	**1296**
3.7	**13.69**	**1.92354**	**6.08276**	**1369**
3.8	**14.44**	**1.94936**	**6.16441**	**1444**
3.9	**15.21**	**1.97484**	**6.24500**	**1521**
4.0	**16.00**	**2.00000**	**6.32456**	**1600**
4.1	**16.81**	**2.02485**	**6.40312**	**1681**
4.2	**17.64**	**2.04939**	**6.48074**	**1764**
4.3	**18.49**	**2.07364**	**6.55744**	**1849**
4.4	**19.36**	**2.09762**	**6.63325**	**1936**

4.5	**20.25**	**2.12132**	**6.70820**	**2025**
4.6	**21.16**	**2.14476**	**6.78233**	**2116**
4.7	**22.09**	**2.16795**	**6.85565**	**2209**
4.8	**23.04**	**2.19089**	**6.92820**	**2304**
4.9	**24.01**	**2.21359**	**7.00000**	**2401**
5.0	**25.00**	**2.23607**	**7.07107**	**2500**
5.1	**26.01**	**2.25832**	**7.14143**	**2601**
5.2	**27.04**	**2.28035**	**7.21110**	**2704**
5.3	**28.09**	**2.30217**	**7.28011**	**2809**

(Table A continued)

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	$(10n)^2$
5.4	**29.16**	**2.32379**	**7.34847**	**2916**
5.5	**30.25**	**2.34521**	**7.41620**	**3025**
5.6	**31.36**	**2.36643**	**7.48331**	**3136**
5.7	**32.49**	**2.38747**	**7.54983**	**3249**
5.8	**33.64**	**2.40832**	**7.61577**	**3364**
5.9	**34.81**	**2.42899**	**7.68115**	**3481**
6.0	**36.00**	**2.44949**	**7.74597**	**3600**
6.1	**37.21**	**2.46982**	**7.81025**	**3721**
6.2	**38.44**	**2.48998**	**7.87401**	**3844**
6.3	**39.69**	**2.50998**	**7.93725**	**3969**
6.4	**40.96**	**2.52982**	**8.00000**	**4096**
6.5	**42.25**	**2.54951**	**8.06226**	**4225**
6.6	**43.56**	**2.56905**	**8.12404**	**4356**
6.7	**44.89**	**2.5884**	**8.18535**	**4489**
6.8	**46.24**	**2.60768**	**8.24621**	**4624**
6.9	**47.61**	**2.62679**	**8.30662**	**4761**
7.0	**49.00**	**2.64575**	**8.36660**	**4900**
7.1	**50.41**	**2.66458**	**8.42615**	**5041**
7.2	**51.84**	**2.68328**	**8.48528**	**5184**
7.3	**53.29**	**2.70185**	**8.54400**	**5329**
7.4	**54.76**	**2.72029**	**8.60233**	**5476**
7.5	**56.25**	**2.73861**	**8.66025**	**5625**
7.6	**57.76**	**2.75681**	**8.71780**	**5776**
7.7	**59.29**	**2.77489**	**8.77496**	**5929**
7.8	**60.84**	**2.79285**	**8.83176**	**6084**
7.9	**62.41**	**2.81069**	**8.88819**	**6241**
8.0	**64.00**	**2.82843**	**8.94427**	**6400**
8.1	**65.61**	**2.84605**	**9.00000**	**65561**
8.2	**67.24**	**2.86356**	**9.05539**	**6724**
8.3	**68.89**	**2.88097**	**9.11043**	**6889**
8.4	**70.56**	**2.89828**	**9.16515**	**7056**
8.5	**72.25**	**2.91548**	**9.21954**	**7225**
8.6	**73.96**	**2.93258**	**9.27362**	**7396**
8.7	**75.69**	**2.94958**	**9.32738**	**7569**
8.8	**77.44**	**2.96648**	**9.38083**	**7744**
8.9	**79.21**	**2.98329**	**9.43398**	**7921**
9.0	**81.00**	**3.00000**	**9.48683**	**8100**
9.1	**82.81**	**3.01662**	**9.53939**	**8281**
9.2	**84.64**	**3.03315**	**9.59166**	**8464**
9.3	**86.49**	**3.04959**	**9.64365**	**8649**
9.4	**88.36**	**3.06594**	**9.69536**	**8836**
9.5	**90.25**	**3.08221**	**9.74679**	**9025**
9.6	**92.16**	**3.09839**	**9.79796**	**9216**
9.7	**94.09**	**3.11448**	**9.84886**	**9409**
9.8	**96.04**	**3.13050**	**9.89949**	**9604**
9.9	**98.01**	**3.14643**	**9.94987**	**9801**

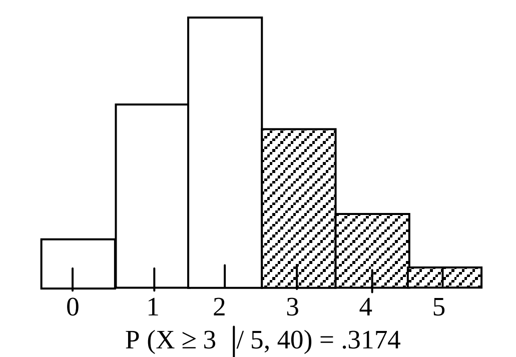
((Table −B) Random numbers)

81	57	45	72	60	68	98	00	53	39	15	47	04	83	55	88	65	12	25	96	03	15	21	91	21
88	49	29	93	82	14	45	40	45	04	20	09	49	89	77	74	84	39	34	13	22	10	97	85	08
30	93	44	77	44	07	48	18	38	28	73	78	80	65	33	28	59	72	04	04	94	20	52	03	80
22	88	84	88	93	27	49	99	87	48	60	53	04	51	28	74	02	28	46	17	82	03	71	02	68
78	21	21	69	93	35	90	29	13	86	44	37	21	54	86	65	74	11	40	14	87	48	43	72	20
41	84	98	45	47	46	85	05	23	26	34	67	75	83	00	74	91	06	43	45	19	32	58	15	49
46	35	23	30	49	69	24	89	34	60	45	30	50	75	21	61	31	83	18	55	14	41	37	09	51
44	08	79	62	94	14	01	33	17	92	59	74	76	72	77	76	50	33	45	13	39	66	37	75	44
52	70	40	83	37	56	30	38	73	45	46	52	06	96	76	41	65	49	98	93	02	18	16	81	61
57	27	53	68	98	81	30	44	85	85	68	65	22	73	76	92	85	25	58	66	88	44	80	35	84
20	85	77	31	56	70	28	42	43	26	79	37	59	52	20	01	15	96	32	67	10	62	24	83	91
15	63	38	49	24	90	41	59	36	14	33	52	12	66	65	55	82	34	76	41	86	22	53	17	04
92	69	44	82	97	39	90	40	21	15	59	58	94	90	67	66	82	14	15	75	49	76	70	40	37
77	61	31	90	19	88	15	20	00	80	20	55	49	14	09	96	27	74	82	57	50	81	69	76	16
38	68	83	24	86	45	13	46	35	45	59	40	47	20	59	43	94	75	16	80	43	85	25	96	93
25	16	30	18	89	70	01	41	50	21	41	29	06	73	12	71	85	71	59	57	68	97	11	14	03
65	25	10	76	29	37	23	93	32	95	05	87	00	11	19	92	78	42	63	40	18	47	76	56	22
36	81	54	36	25	18	63	73	75	09	82	44	49	90	05	04	92	17	37	01	14	70	79	39	97
64	39	71	16	92	05	32	78	21	62	20	24	78	17	59	45	19	72	53	32	83	74	52	25	67
04	51	52	56	24	95	09	66	79	46	48	46	08	55	58	15	19	11	87	82	16	93	03	33	61
15	88	09	22	61	17	29	28	81	90	61	78	14	88	98	92	52	52	12	83	88	58	16	00	98
71	92	60	08	19	59	14	40	02	24	30	57	09	01	94	18	32	90	69	99	26	85	71	92	38
64	42	52	81	08	16	55	41	60	16	00	04	28	32	29	10	33	33	61	68	65	61	79	48	34
79	78	22	39	24	49	44	03	04	32	81	07	73	15	43	95	21	66	48	65	13	65	85	10	81
36	33	77	45	38	44	55	36	46	72	90	96	04	18	49	93	86	54	46	08	93	17	63	48	51
05	24	92	93	29	19	71	59	40	82	14	73	88	66	67	43	70	86	63	54	93	69	22	55	27
56	46	39	93	80	38	79	38	57	74	19	05	61	39	39	46	06	22	76	47	66	14	66	32	10
96	29	63	31	21	54	19	63	41	08	75	81	48	59	86	71	17	11	51	02	28	99	26	31	65
98	38	03	62	69	60	01	40	72	01	62	44	84	63	85	42	17	58	83	50	46	18	24	91	26
52	56	76	43	50	16	31	55	39	69	80	39	58	11	14	54	35	86	45	78	47	26	91	57	47
78	49	89	08	30	25	95	59	92	36	43	28	69	10	64	99	96	99	51	44	64	42	47	73	77
49	55	32	42	41	08	15	08	95	35	08	70	39	10	41	77	32	38	10	79	45	12	79	36	86
32	15	10	70	75	83	15	51	02	52	73	10	08	86	18	23	89	18	74	18	45	41	72	02	68
11	31	45	03	63	26	86	02	77	99	49	41	68	35	34	19	18	70	80	59	76	67	70	21	10
12	36	47	12	10	87	05	25	02	41	90	78	59	78	89	81	39	95	81	30	64	43	90	56	14
09	18	82	00	97	32	82	53	95	27	04	22	08	63	04	83	38	98	73	74	64	27	85	80	44
90	04	58	54	97	51	98	15	06	54	94	93	88	19	97	91	37	07	61	50	68	47	66	46	59
73	18	95	02	70	47	67	72	62	69	62	29	06	44	64	27	12	46	70	18	41	36	18	27	60
75	76	87	64	90	20	97	18	17	49	90	42	91	22	72	95	37	50	58	17	93	82	34	31	78
54	01	64	40	56	66	28	13	10	03	00	68	22	73	98	20	71	45	32	59	07	70	61	78	13
08	35	86	99	10	78	54	24	27	85	13	66	15	88	73	04	61	89	75	53	31	22	30	84	20
28	30	60	32	64	81	33	31	05	91	40	51	00	78	93	32	60	46	04	75	94	11	90	18	40
53	84	08	62	33	81	59	41	36	28	51	21	59	02	90	28	46	66	87	95	77	76	22	07	91
91	75	75	37	41	61	61	36	22	69	50	26	39	02	12	55	78	17	65	14	83	48	34	70	55
89	41	59	26	94	00	39	75	83	91	12	60	71	76	46	48	94	97	23	06	94	54	13	74	08
77	51	30	38	20	86	83	42	99	01	68	41	48	22	74	51	90	81	39	80	72	89	35	55	07
19	50	23	71	74	69	97	92	02	88	55	21	02	97	73	74	28	77	52	51	65	34	46	74	15
21	81	85	93	13	93	27	88	17	57	05	68	62	31	56	07	08	28	50	46	31	85	33	84	52
51	47	46	64	99	68	10	72	36	21	94	04	99	13	45	42	83	60	91	91	08	00	74	54	49
99	55	96	83	31	62	53	52	41	70	69	77	21	28	30	74	81	97	81	42	43	86	07	28	34
60	31	14	28	24	37	30	14	26	78	45	99	04	32	42	17	37	45	20	03	70	70	77	02	14
49	73	97	14	84	92	00	39	80	86	75	66	82	32	09	59	20	21	19	73	02	90	23	32	50
78	62	65	15	94	16	45	39	46	14	39	02	49	70	66	83	01	20	98	32	25	57	17	76	28
66	69	21	39	86	99	83	70	05	82	83	23	24	49	87	09	50	49	64	12	90	19	37	95	68
44	07	12	80	91	07	36	29	77	03	26	44	74	25	37	98	52	49	78	31	65	70	40	95	14
41	46	88	51	49	49	55	41	79	94	14	92	43	96	50	95	29	40	05	56	70	48	10	69	05
94	55	93	75	59	49	67	85	31	19	79	81	20	56	82	66	98	63	40	99	74	47	42	07	40
41	61	57	03	60	64	11	45	86	60	90	85	06	45	18	80	62	05	17	90	11	43	63	80	72
50	27	39	31	13	41	79	48	68	50	24	78	18	96	83	55	41	18	56	67	77	53	59	98	92
41	39	68	05	04	90	67	00	82	89	40	90	20	50	69	95	08	30	67	83	28	10	25	78	16
38	10	17	77	56	11	65	71	38	92	95	88	95	70	67	47	64	81	38	85	7	66	99	34	06
39	64	16	94	57	91	33	92	25	02	92	61	38	97	19	11	94	75	62	03	19	32	42	05	04
84	05	44	04	55	99	39	66	36	80	67	66	76	06	31	69	18	19	68	45	38	52	51	16	00
47	46	80	35	77	57	64	96	32	66	24	70	07	15	94	14	00	42	31	53	69	24	90	57	47

43	**32**	**13**	**13**	**70**	**28**	**97**	**72**	**38**	**96**	**76**	**47**	**96**	**85**	**62**	**62**	**34**	**20**	**75**	**89**	**08**	**89**	**90**	**59**	**85**
64	**28**	**16**	**18**	**26**	**18**	**55**	**56**	**49**	**37**	**13**	**17**	**33**	**33**	**65**	**78**	**85**	**11**	**64**	**99**	**87**	**06**	**41**	**30**	**75**
66	**84**	**77**	**04**	**95**	**32**	**35**	**00**	**29**	**85**	**86**	**71**	**63**	**87**	**46**	**26**	**31**	**37**	**74**	**63**	**55**	**38**	**77**	**26**	**81**
72	**46**	**13**	**32**	**30**	**21**	**52**	**95**	**34**	**24**	**92**	**58**	**10**	**22**	**62**	**78**	**43**	**86**	**62**	**76**	**18**	**39**	**67**	**35**	**38**
21	**03**	**29**	**10**	**50**	**13**	**05**	**81**	**62**	**18**	**12**	**47**	**50**	**65**	**00**	**15**	**29**	**27**	**61**	**39**	**59**	**52**	**65**	**21**	**13**
95	**36**	**26**	**70**	**11**	**06**	**65**	**11**	**61**	**36**	**01**	**01**	**60**	**08**	**57**	**55**	**01**	**85**	**63**	**74**	**35**	**82**	**47**	**17**	**08**
40	**71**	**29**	**73**	**80**	**10**	**40**	**45**	**54**	**52**	**34**	**03**	**06**	**07**	**26**	**75**	**21**	**11**	**02**	**71**	**36**	**63**	**36**	**84**	**24**
58	**27**	**56**	**17**	**64**	**97**	**58**	**65**	**47**	**16**	**50**	**52**	**94**	**63**	**45**	**87**	**19**	**54**	**60**	**92**	**26**	**78**	**76**	**09**	**39**
89	**51**	**41**	**17**	**88**	**68**	**22**	**42**	**34**	**17**	**73**	**95**	**97**	**61**	**45**	**30**	**34**	**24**	**02**	**77**	**11**	**04**	**97**	**20**	**49**
15	**47**	**25**	**06**	**69**	**48**	**13**	**93**	**67**	**32**	**64**	**87**	**43**	**70**	**88**	**73**	**46**	**50**	**98**	**19**	**58**	**86**	**93**	**52**	**20**
12	**12**	**08**	**61**	**24**	**51**	**24**	**74**	**43**	**02**	**60**	**88**	**35**	**21**	**09**	**21**	**43**	**73**	**67**	**86**	**49**	**22**	**67**	**78**	**37**
03	**99**	**11**	**04**	**61**	**93**	**71**	**61**	**68**	**94**	**66**	**08**	**32**	**46**	**53**	**84**	**60**	**95**	**82**	**32**	**88**	**61**	**81**	**91**	**61**
38	**55**	**59**	**55**	**54**	**32**	**88**	**65**	**97**	**80**	**08**	**35**	**56**	**08**	**60**	**29**	**73**	**54**	**77**	**62**	**71**	**29**	**92**	**38**	**53**
17	**54**	**67**	**37**	**04**	**92**	**05**	**24**	**62**	**15**	**55**	**12**	**12**	**92**	**81**	**59**	**07**	**60**	**79**	**36**	**27**	**95**	**45**	**89**	**09**
32	**64**	**35**	**28**	**61**	**95**	**81**	**90**	**68**	**31**	**00**	**91**	**19**	**89**	**36**	**76**	**35**	**59**	**37**	**79**	**80**	**86**	**30**	**05**	**14**
69	**57**	**26**	**87**	**77**	**39**	**51**	**03**	**59**	**02**	**14**	**06**	**04**	**06**	**19**	**29**	**54**	**96**	**96**	**16**	**33**	**56**	**46**	**07**	**80**
24	**12**	**26**	**65**	**91**	**27**	**69**	**90**	**64**	**94**	**14**	**84**	**54**	**66**	**72**	**61**	**95**	**87**	**71**	**00**	**90**	**89**	**97**	**57**	**54**
61	**19**	**63**	**02**	**31**	**92**	**96**	**26**	**17**	**73**	**41**	**83**	**95**	**53**	**82**	**17**	**26**	**77**	**09**	**43**	**78**	**03**	**87**	**02**	**67**
30	**53**	**22**	**17**	**04**	**10**	**27**	**41**	**22**	**02**	**39**	**68**	**52**	**33**	**09**	**10**	**06**	**16**	**88**	**29**	**55**	**98**	**66**	**64**	**85**
03	**78**	**89**	**75**	**99**	**75**	**86**	**72**	**07**	**17**	**74**	**41**	**95**	**31**	**66**	**35**	**20**	**83**	**33**	**74**	**87**	**53**	**90**	**88**	**23**
48	**22**	**86**	**33**	**79**	**85**	**78**	**34**	**76**	**19**	**53**	**15**	**26**	**74**	**33**	**35**	**66**	**35**	**29**	**72**	**16**	**81**	**86**	**03**	**11**
60	**36**	**59**	**46**	**53**	**35**	**07**	**53**	**39**	**49**	**42**	**61**	**42**	**92**	**97**	**01**	**91**	**82**	**83**	**16**	**98**	**95**	**37**	**32**	**31**
83	**79**	**94**	**24**	**02**	**56**	**62**	**33**	**44**	**42**	**34**	**99**	**44**	**13**	**74**	**70**	**07**	**11**	**47**	**36**	**09**	**95**	**81**	**80**	**65**
32	**96**	**00**	**74**	**05**	**36**	**40**	**98**	**32**	**32**	**99**	**38**	**54**	**16**	**00**	**11**	**13**	**30**	**75**	**86**	**15**	**91**	**70**	**62**	**53**
19	**32**	**25**	**38**	**45**	**57**	**62**	**05**	**26**	**06**	**66**	**49**	**76**	**86**	**46**	**78**	**13**	**86**	**65**	**59**	**19**	**64**	**09**	**94**	**13**
11	**22**	**09**	**47**	**47**	**07**	**39**	**93**	**74**	**08**	**48**	**50**	**92**	**39**	**29**	**27**	**48**	**24**	**54**	**76**	**85**	**24**	**43**	**51**	**59**
21	**44**	**58**	**27**	**93**	**24**	**83**	**19**	**32**	**41**	**14**	**19**	**97**	**62**	**68**	**70**	**88**	**36**	**80**	**02**	**03**	**82**	**91**	**74**	**43**
72	**51**	**37**	**64**	**00**	**52**	**22**	**59**	**23**	**48**	**62**	**30**	**89**	**84**	**81**	**29**	**74**	**43**	**31**	**65**	**33**	**14**	**16**	**10**	**20**
71	**47**	**94**	**50**	**27**	**76**	**16**	**05**	**74**	**11**	**13**	**78**	**01**	**36**	**32**	**52**	**30**	**87**	**77**	**62**	**88**	**78**	**43**	**36**	**97**
83	**21**	**05**	**14**	**66**	**09**	**02**	**85**	**03**	**95**	**26**	**74**	**30**	**53**	**06**	**21**	**70**	**67**	**00**	**01**	**99**	**43**	**98**	**07**	**67**
68	**74**	**99**	**51**	**48**	**94**	**89**	**77**	**86**	**36**	**96**	**75**	**00**	**90**	**24**	**94**	**53**	**89**	**11**	**43**	**96**	**69**	**36**	**18**	**86**
05	**18**	**47**	**57**	**63**	**47**	**07**	**58**	**81**	**58**	**05**	**31**	**35**	**34**	**39**	**14**	**90**	**80**	**88**	**30**	**60**	**09**	**62**	**15**	**51**
13	**65**	**16**	**25**	**46**	**96**	**89**	**22**	**52**	**40**	**47**	**51**	**15**	**84**	**83**	**87**	**34**	**27**	**88**	**18**	**07**	**85**	**53**	**92**	**69**
00	**56**	**62**	**12**	**20**	**00**	**29**	**22**	**40**	**69**	**25**	**07**	**22**	**95**	**19**	**52**	**54**	**85**	**40**	**91**	**21**	**28**	**22**	**12**	**96**
50	**95**	**81**	**76**	**95**	**58**	**07**	**26**	**89**	**90**	**60**	**32**	**99**	**59**	**55**	**71**	**58**	**66**	**34**	**17**	**35**	**94**	**76**	**78**	**07**
57	**62**	**16**	**45**	**47**	**46**	**85**	**03**	**79**	**81**	**38**	**52**	**70**	**90**	**37**	**64**	**75**	**60**	**33**	**24**	**04**	**98**	**68**	**36**	**66**
09	**28**	**22**	**58**	**44**	**79**	**13**	**97**	**84**	**35**	**35**	**42**	**84**	**35**	**61**	**69**	**79**	**96**	**33**	**14**	**12**	**99**	**19**	**35**	**16**
23	**39**	**49**	**42**	**06**	**93**	**43**	**23**	**78**	**36**	**94**	**91**	**92**	**68**	**46**	**02**	**55**	**57**	**44**	**10**	**94**	**91**	**54**	**81**	**99**
05	**28**	**03**	**74**	**70**	**93**	**62**	**20**	**43**	**45**	**15**	**09**	**21**	**95**	**10**	**18**	**09**	**41**	**66**	**13**	**78**	**23**	**45**	**00**	**01**
95	**49**	**19**	**79**	**76**	**38**	**30**	**63**	**21**	**92**	**82**	**63**	**95**	**46**	**42**	**72**	**43**	**49**	**26**	**06**	**23**	**19**	**17**	**46**	**93**
78	**52**	**10**	**01**	**04**	**18**	**24**	**87**	**55**	**83**	**90**	**32**	**65**	**07**	**85**	**54**	**03**	**46**	**62**	**51**	**35**	**77**	**41**	**46**	**92**
96	**34**	**54**	**45**	**79**	**85**	**93**	**24**	**40**	**53**	**75**	**70**	**42**	**08**	**40**	**86**	**58**	**38**	**39**	**44**	**52**	**45**	**67**	**37**	**66**
77	**96**	**33**	**11**	**51**	**32**	**36**	**49**	**16**	**91**	**47**	**35**	**74**	**03**	**38**	**23**	**43**	**52**	**40**	**65**	**08**	**45**	**89**	**53**	**66**
07	**56**	**01**	**12**	**94**	**23**	**23**	**80**	**17**	**48**	**41**	**69**	**06**	**73**	**28**	**54**	**81**	**43**	**77**	**77**	**10**	**05**	**74**	**23**	**32**
38	**42**	**30**	**23**	**09**	**70**	**70**	**38**	**57**	**38**	**46**	**14**	**81**	**42**	**58**	**29**	**23**	**61**	**21**	**52**	**05**	**08**	**86**	**58**	**25**
02	**46**	**36**	**55**	**33**	**21**	**19**	**96**	**05**	**55**	**33**	**92**	**08**	**18**	**17**	**07**	**39**	**68**	**92**	**15**	**30**	**72**	**22**	**21**	**02**
83	**76**	**16**	**08**	**73**	**43**	**25**	**38**	**41**	**45**	**60**	**83**	**32**	**59**	**83**	**01**	**29**	**14**	**13**	**49**	**20**	**36**	**80**	**71**	**26**
14	**38**	**70**	**63**	**45**	**80**	**82**	**40**	**92**	**79**	**43**	**52**	**90**	**63**	**18**	**38**	**38**	**47**	**47**	**61**	**41**	**19**	**63**	**74**	**80**
51	**32**	**19**	**22**	**46**	**80**	**08**	**87**	**70**	**74**	**88**	**72**	**25**	**67**	**36**	**66**	**16**	**44**	**94**	**31**	**66**	**91**	**93**	**16**	**78**
72	**47**	**20**	**00**	**08**	**80**	**89**	**01**	**80**	**02**	**94**	**81**	**33**	**19**	**00**	**54**	**15**	**58**	**34**	**36**	**35**	**35**	**25**	**48**	**31**
05	**46**	**65**	**53**	**06**	**93**	**12**	**81**	**84**	**64**	**74**	**45**	**79**	**05**	**61**	**72**	**84**	**81**	**18**	**34**	**79**	**98**	**26**	**84**	**16**
39	**52**	**87**	**24**	**84**	**82**	**47**	**42**	**55**	**93**	**48**	**54**	**53**	**52**	**47**	**18**	**61**	**91**	**36**	**74**	**18**	**61**	**11**	**92**	**41**
81	**61**	**61**	**87**	**11**	**53**	**34**	**24**	**42**	**76**	**75**	**12**	**21**	**17**	**24**	**74**	**62**	**77**	**37**	**07**	**58**	**31**	**91**	**59**	**97**
07	**58**	**61**	**61**	**20**	**82**	**64**	**12**	**28**	**20**	**92**	**90**	**41**	**31**	**41**	**32**	**39**	**21**	**97**	**63**	**61**	**19**	**96**	**79**	**40**
90	**76**	**70**	**42**	**35**	**13**	**57**	**41**	**72**	**00**	**69**	**90**	**26**	**37**	**42**	**78**	**46**	**42**	**25**	**01**	**18**	**62**	**79**	**08**	**72**
40	**18**	**82**	**81**	**93**	**29**	**59**	**32**	**86**	**27**	**94**	**97**	**21**	**15**	**98**	**62**	**09**	**53**	**67**	**87**	**00**	**44**	**15**	**89**	**97**

(Table - C) : Cumulative Binomial Probability Distribution

$$P(X \geq x / n, P) = \sum_{x=n}^{n} \binom{n}{x} P^{x} q^{n-x}$$



n =5

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.0490	.0961	.1413	.1846	.2262	.2661	.3043	.3409	.3760	.4095
2	.0010	.0038	.0085	.0148	.0226	.0319	.0425	.0544	.0674	.0815
3	.0000	.0001	.0003	.0006	.0012	.0020	.0031	.0045	.0063	.0086
4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.4416	.4723	.5016	.5296	.5563	.5818	.6061	.6293	.6513	.6723
2	.0965	.1125	.1292	.1467	.1648	.1835	.2027	.2224	.2424	.2627
3	.0112	.0143	.0179	.0220	.0266	.0318	.0375	.0437	.0505	.0579
4	.0007	.0009	.0013	.0017	.0022	.0029	.0036	.0045	.0055	.0067
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.6923	.7113	.7293	.7464	.7627	.7781	.7927	.8065	.8196	.8319
2	.2833	.3041	.3251	.3461	.3672	.3883	.4093	.4303	.4511	.4718
3	.0659	.0744	.0836	.0933	.1035	.1143	.1257	.1376	.1501	.1631
4	.0081	.0097	.0114	.0134	.0156	.0181	.0208	.0238	.0272	.0308
5	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0012	.0014	.0017	.0021	.0024
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.8436	.8546	.8650	.8748	.8840	.8926	.9008	.9084	.9155	.9222
2	.4923	.5125	.5325	.5522	.5716	.5906	.6093	.6276	.6455	.6630
3	.1766	.1905	.2050	.2199	.2352	.2509	.2670	.2835	.3003	.3174
4	.0347	.0390	.0436	.0486	.0540	.0598	.0660	.0726	.0796	.0870
5	.0029	.0034	.0039	.0045	.0053	.0060	.0069	.0079	.0090	.0102
	.41	.42	.43	.44.	.45	.46	.47	.48	.49	50
1	.9285	.9344	.9398	.9449	.9497	.9541	.9582	.9620	.9655	.9688
2	.6801	.6967	.7129	.7286	.7438	.7585	.7728	.7865	.7998	.8125
3	.3349	.3525	.3705	.3886	.4069	.4253	.4439	.4625	.4813	.5000
4	.0949	.1033	.1121	.1214	.1312	.1415	.1522	.1635	.1752	.1875
5	.0116	.0131	.0147	.0165	.0185	.0206	.0229	0.255	.0282	.0312

n =6

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.0585	.1142	.1670	.2172	.2649	.3101	.3530	.3936	.4321	.4686
2	.0015	.0057	.0125	.0216	.0328	.0459	.0608	.0773	.0952	.1143
3	.0000	.0002	.0005	.0012	.0022	.0038	.0058	.0085	.0118	.0158
4	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0013
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.5030	.5356	.5664	.5954	.6229	.6487	.6731	.6960	.7176	.7379

2	.1345	.1556	.1776	.2003	.2235	.2472	.2713	.2956	.3201	.3446
3	.0206	.0261	.0324	.0395	.0476	.5060	.0655	.0759	.0870	.0989
4	.0018	.0025	.0034	.0045	.0059	.0075	.0094	.0116	.0141	.0170
5	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013	.0016
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.7569	.7748	.7916	.8073	.8220	.8358	.8487	.8607	.8719	.8824
2	.3692	.3937	.4180	.4422	.4661	.4896	.5128	.5356	.5580	.5798
3	.1115	.1250	1391	.1539	.1694	.1856	.2023	.2196	.2374	.2557
4	.0202	.0239	.0280	.0326	.0376	.0431	.0492	.0557	.0628	.0705
5	.0020	.0025	.0031	.0038	.0046	.0056	.0067	.0079	.0093	.0109
6	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.8921	.9011	.9095	.9173	.9246	.9313	.9375	.9432	.9485	.9533
2	.6012	.6220	.6422	.6619	.6809	.6994	.7172	.7343	.7508	.7667
3	.2744	.2936	.3130	.3328	.3529	.3732	.3937	.4143	.4350	.4557
4	.0787	.0875	.0969	.1069	.1174	.1286	.1404	.1527	.1657	.1792
5	.0127	.0148	0170	.0195	.0223	.0254	.0228	.0325	.0365	.0410
6	.0009	.0011	.0013	.0015	.0018	.0022	.0026	.0030	.0035	.0041
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9578	.9619	.9657	.9692	.9723	.9752	.9778	.9802	.9824	.9844
2	.7819	.7965	.8105	.8238	.8364	.8485	.8599	.8707	.8810	.8906
3	.4764	.4971	.5177	.5382	.5585	.5786	.5985	.6180	.6373	.6562
4	.1933	.2080	.2232	.2390	.2553	.2721	.2893	.3070	.3252	.3438
5	.0458	.0510	.0566	.0627	.0692	0.762	.0837	.0917	.1003	.1094
6	.0048	.0055	.0063	.0073	.0083	.0095	.0108	.0122	.0138	.0156

n = 7

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.0679	.1319	.1920	.2486	.3017	.3515	.3983	.4422	.4832	.5217
2	.0020	.0079	.0171	.0294	.0444	.0618	.0813	.1026	.1255	.1497
3	.0000	.0003	.0009	.0020	.0038	.0063	.0097	.0140	.0193	.0257
4	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0012	.0018	.0027
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.5577	.5913	.6227	.6521	.6794	.7049	.7286	.7507	.7712	.7903
2	.1750	.2012	.2281	.2556	.2834	.3115	.3396	.3677	.3956	.4233
3	.0331	.0416	.0513	.0620	.0738	.0866	.1005	.1154	.1313	.1480
4	.0039	.0054	.0072	.0094	.0121	.0153	.0189	.0231	.0279	.0333

5	.0003	.0004	.0006	.0009	.0012	.0017	.0022	.0029	.0037	.0047
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.8080	.8243	.8395	.8535	.8665	.8785	.8895	.8997	.9090	.9176
2	.4506	.4775	.5040	.5298	.5551	.5796	.6035	.6266	.6490	.6706
3	.1657	.1841	.2033	.2231	.2436	.2646	.2861	.3081	.3304	.3529
4	.0394	.0461	.0536	.0617	.0706	.0802	.0905	.1016	.1134	.1260
5	.0058	.0072	.0088	.0107	.0129	.0153	.0181	.0213	.0248	.0288
6	.0005	.0006	.0008	.0011	.0013	.0017	.0021	.0026	.0031	.0038
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9255	.9328	.9394	.9454	.9510	.9560	.9606	.9648	.9686	.9720
2	.6914	.7113	.7304	.7487	.7662	.7828	.7987	.8137	.8279	.8414
3	.3757	.3987	.4217	.4447	.4677	.4906	.5134	.5359	.5581	.5801
4	.1394	.1534	.1682	.1837	.1998	.2167	.2341	.2521	.2707	.2898
5	.0332	.0380	.0434	.0492	.0556	.0625	.0701	.0782	.0869	.0963
6	.0046	.0055	.0065	.0077	.0090	.0105	.0123	.0142	.0164	.0188
7	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0009	.0011	.0014	.0016
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9751	.9779	.9805	.9827	.9848	.9866	.9883	.9897	.9910	.9922
2	.8541	.8660	.8772	.8877	.8976	.9068	.9153	.9233	.9307	.9375
3	.6017	.6229	.6436	.6638	.6836	.7027	.7213	.7393	.7567	.7734
4	.3094	.3294	.3498	.3706	.3917	.4131	.4346	.4563	.4781	.5000
5	.1063	.1194	.1282	.1402	.1529	.1663	.1803	.1951	.2105	.2266
6	.0216	.0246	.0279	.0316	.0357	.0402	.0451	.0504	.0562	.0625
7	.0020	.0033	.0027	.0032	.0037	.0044	.0051	.0059	.0068	.0078

n = 8

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.0773	.1492	.2163	.2786	.3366	.3904	.4404	.4868	.5297	.5695
2	.0027	.0103	.0223	.0381	.0572	.0792	.1035	.1298	.1577	.1869
3	.0001	.0004	.0013	.0031	.0058	.0096	.0147	.0211	.0289	.0381
4	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0013	.0022	.0034	.0050
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0004
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.6063	.6404	.6718	.7008	.7275	.7521	.7748	.7956	.8147	.8322
2	.2171	.2480	.2794	.3111	.3428	.3744	.4057	.4366	.4670	.4967
3	.0487	.0608	.0743	.0891	.1052	.1226	.1412	.1608	.1815	.2031
4	.0071	.0097	.0129	.0168	.0214	.0267	.0328	.0397	.0476	.0563
5	.0007	.0010	.0015	.0021	.0029	.0038	.0050	.0065	.0083	.0104
6	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0004	.0005	.0007	.0009	.0012
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.8483	.8630	.8764	.8887	.8999	.9101	.9194	.9278	.9354	.9424
2	.5257	.5538	.5811	.6075	.6329	.6573	.6807	.7031	.7244	.7447
3	.2255	.2486	.2724	.2967	.3215	.3465	.3718	.3973	.4228	.4482
4	.0659	.0765	.0880	.1004	.1138	.1281	.1433	.1594	.1763	.1941
5	.0129	.0158	.0191	.0230	.0273	.0322	.0377	.0438	.0505	.0580
6	.0016	.0021	.0027	.0034	.0042	.0052	.0064	.0078	.0094	.0113
7	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9486	.9543	.9594	.9640	.9681	.9719	.9752	.9782	.9808	.9832
2	.7640	.7822	.7994	.8156	.8309	.8452	.8586	.8711	.8828	.8936
3	.4736	.4987	.5236	.5481	.5722	.5958	.6189	.6415	.6634	.6846
4	.2126	.2319	.2519	.2724	.2936	.1353	.3374	.3599	.3828	.4059
5	.0661	.0750	.0846	.0949	.1061	.1180	.1307	.1443	.1586	.1737
6	.0134	.0159	.0187	.0218	.0253	.0293	.0336	.0385	.0439	.0498
7	.0016	.0020	.0024	.0030	.0036	.0043	.0051	.0061	.0072	.0085
8	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0004	.0005	.0007
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9853	.9872	.9889	.9903	9916	.9928	.9938	.9947	.9954	.9961
2	.9037	.9130	.9216	.9295	.9368	.9435	.9496	.9552	.9602	.9648
3	.7052	.7250	.7440	.7624	.7799	.7966	.8125	.8276	.8419	.8555
4	.4292	.4527	.4762	.4996	.5230	.5463	.5694	.5922	.6146	.6367
5	.1895	.2062	.2235	.2416	.2604	.2798	.2999	.3205	.3416	.3633
6	.0563	.0634	.0711	.0794	.0885	.0982	.1086	.1198	.1318	.1445
7	.0100	.0117	.0136	.0157	.0181	.0208	.0239	.0272	.0310	.0352
8	.0008	.0010	.0012	.0014	.0017	.0020	.0024	.0028	.0033	.0039

n = 9

P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10

X										
1	.0865	.0663	.2398	.3075	.3698	.4270	.4796	.5278	.5721	.6126
2	.0034	.0131	.0282	.0478	.0712	.0978	.1271	.1583	.1912	.2252
3	.0001	.0006	.0020	.0045	.0084	.0138	.0209	.0298	.0405	.0530
4	.0000	.0000	.0001	.0003	.0006	.0013	.0023	.0037	.0057	.0083
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005	.0009
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.6496	.6835	.7145	.7427	.7684	.7918	.8131	.8324	.8499	.8658
2	.2599	.2951	.3304	.3657	.4005	.4348	.4685	.5012	.5330	.5638
3	.0672	.0833	.1009	.1202	.1409	.1629	.1861	.2105	.2357	.2618
4	.0117	.0158	.0209	.0269	.0339	.0420	.0512	.0615	.0730	.0856
5	.0014	.0021	.0030	.0041	.0056	.0075	.0098	.0125	.0158	.0196
6	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0013	.0017	.0023	.0031
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.8801	.8931	.9048	.9154	.9249	.9335	.9411	.9480	.9542	.9596
2	.5934	.6218	.6491	.6750	.6997	.7230	.7452	.7660	.7856	.8040
3	.2885	.3158	.3434	.3713	.3993	.4273	.4552	.4829	.5102	.5372
4	.0994	.1143	.1304	.1475	.1657	.1849	.2050	.2260	.2478	.2703
5	.0240	.0291	.0350	.0416	.0489	.0571	.0662	.0762	.0870	.0988
6	.0040	.0051	.0065	.0081	.0100	.0122	.0149	.0179	.0213	.0253
7	.0004	.0006	.0008	.0010	.0013	.0017	.0022	.0028	.0035	.0043
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0004
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9645	.9689	.9728	.9762	.9793	.9820	.9844	.9865	.9883	.9899
2	.8212	.8372	.8522	.8661	.8789	.8908	.9017	.9118	.9210	.9295
3	.5636	.5894	.6146	.6390	.6627	.6856	.7076	.7287	.7489	.7682
4	.2935	.3173	.3415	.3662	.3911	.4163	.4416	.4669	.4922	.5174
5	.1115	.1252	.1398	.1553	.1717	.1890	.2072	.2262	.2460	.2666
6	.0298	.0348	.0404	.0467	.0536	.0612	.0696	.0787	.0886	.0994
7	.0053	.0064	.0078	.0094	.0112	.0133	.0157	.0184	.0215	.0250
8	.0006	.0007	.0009	.0011	.0014	.0017	.0021	.0026	.0031	.0038
9	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9913	.9926	.9936	.9946	.9954	.9961	.9967	.9972	.9977	.9980
2	.9372	.9442	.9505	.9563	.9615	.9662	.9704	.9741	.9775	.9805
3	.7866	.8039	.8204	.8359	.8505	.8642	.8769	.8889	.8999	.9102
4	.5424	.5670	.5913	.6152	.6386	.6614	.6836	.7052	.7260	.7461
5	.2878	.3097	.3322	.3551	.3786	.4024	.4265	.4509	.4754	.5000
6	.1109	.1233	.1366	.1508	.1658	.1817	.1985	.2161	.2346	.2539
7	.0290	.0334	.0383	.0437	.0498	.0564	.0637	.0717	.0804	.0898
8	.0046	.0055	.0065	.0077	.0091	.0107	.0125	.0145	.0169	.0195
9	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0009	.0011	.0014	.0016	.0020

n = 10

P / X	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10

1	.0956	.1829	.2626	.3352	.4013	.4614	.5160	.5656	.6106	.6513
2	.0043	.0162	.0345	.0582	.0861	.1176	.1517	.1879	.2254	.2639
3	.0001	.0009	.0028	.0062	.0115	.0188	.0283	.0401	.0540	.0702
4	.0000	.0000	.0001	.0004	.0010	.0020	.0036	.0058	.0088	.0128
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0006	.0010	.0016
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.6882	.7215	.7516	.7787	.8031	.8251	.8448	.8626	.8784	.8926
2	.3028	.3417	.3804	.4184	.4557	.4920	.5270	.5608	.5932	.6242
3	.0884	.1087	.1308	.1545	.1798	.2064	.2341	.2628	.2922	.3222
4	.0178	.0239	.0313	.0400	.0500	.0614	.0741	.0883	.1039	.1209
5	.0025	.0037	.0053	.0073	.0099	.0130	.0168	.0213	.266	.0328
6	.0003	.0004	.0006	.0010	.0015	.0020	.0027	.0037	.0049	.0064
7	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	9053	.9166	.9267	.9357	.9437	.9508	.9570	.9626	.9674	.9718
2	.6536	.6815	.7079	.7327	.7560	.7778	.7981	.8170	.8345	.8507
3	.3526	.3831	.4137	.4442	.4744	.5042	.5335	.5622	.5901	.6172
4	.1391	.1587	.1794	.2012	.2241	.2479	.2726	.2979	.3239	.3504
5	.0399	.0479	.0569	.0670	.0781	.0904	.1037	.1181	.1337	.1503
6	.0082	.0104	.0130	.0161	.0197	.0239	.0287	.0342	.0404	.0473
7	.0012	.0016	.0021	.0027	.0035	.0045	.0056	.0070	.0087	.0106
8	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0006	.0007	.0010	.0012	.0016
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9755	.9789	.9818	.9843	.9865	.9885	.9902	.9916	.9929	.9940
2	.8656	.8794	.8920	.9035	.9140	.9236	.9323	.9402	.9473	.9536
3	.6434	.6687	.6930	.7162	.7384	.7595	.7794	.7983	.8160	.8327
4	.3772	.4044	.4316	.4589	.4862	.5132	.5400	.5664	.5923	.6177
5	.1679	.1867	.2064	.2270	.2485	.2708	.2939	.3177	.3420	.3669
6	.0551	.0637	.0732	.0836	.0949	.1072	.1205	.1348	.1500	.1662
7	.0129	.0155	.0185	.0220	.0260	.0305	.0356	.0413	.0477	.0548
8	.0020	.0025	.0032	.0039	.0048	.0059	.0071	.0086	.0103	.0123
9	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014	.0017
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9949	.9957	.9964	.9970	.9975	.9979	.9983	.9986	.9988	.9990
2	.9594	.9645	.9691	.9731	.9767	.9799	.9827	.9852	.9874	.9893
3	.8483	.8628	.8764	.8889	.9004	.9111	.9209	.9298	.9379	.9453
4	.6425	.6665	.6898	7123	.7340	.7547	.7745	.7933	.8112	.8281
5	.3922	.4178	.4436	.4696	.4956	.5216	.5474	.5730	.5982	.6230
6	.1834	.2016	.2207	.2407	.2616	.2832	.3057	.3288	.3526	.3770
7	.0626	.0712	.0806	.0908	.1020	.1141	.1271	.1410	.1560	.1719
8	.0146	.0172	.0202	.0236	.0274	.0317	.0366	.0420	.0480	.0547
9	.0021	.0025	.0031	.0037	.0045	.0054	.0065	.0077	.0091	.0107
10	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008	.0010

n =11

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1047	.1993	.2847	.3618	4312	.4937	.5499	.6004	.6456	.6862
2	.0052	.0195	.0413	.0692	.1019	.1382	.1772	.2182	.2601	.3026
3	.0002	.0012	.0037	.0083	.0152	.0248	.0370	.0519	.0695	.0896

4	.0000	.0000	.0002	.0007	.0016	.0030	.0053	.0085	.0129	.0185
5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0005	.0010	.0017	.0028
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.7225	.7549	.7839	.8097	.8327	.8531	.8712	.8873	.9015	.9141
2	.3452	.3873	.4286	.4689	.5078	.5453	.5811	.6151	.6474	.6779
3	.1120	.1366	.1632	.1915	.2212	.2521	.2839	.3164	.3494	.3826
4	.0256	.0341	.0442	.0560	.0694	.0846	.1013	.1197	.1397	.1611
5	.0042	.0061	.0087	.0119	.0159	.207	.266	.0334	.0413	.0504
6	.0005	.0008	.0012	.0018	.0027	.0037	.0051	.0068	.0090	.0117
7	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0007	.0010	.0014	.0020
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9252	.9350	.9436	.9511	.9578	.9636	.9686	.9730	.9769	.9302
2	.7065	.7333	.7582	.7814	.8029	.8227	.8410	.8577	.8730	.8870
3	.4158	.4488	.4814	.5134	.5448	.5753	.6049	.6335	.6610	.6873
4	.1840	.2081	.2333	.2596	.2867	.3146	.3430	.3719	.4011	.4304
5	.0607	.0723	.0851	.0992	.1146	.1313	.1493	.1685	.1888	.2103
6	.0148	.0186	.0231	.283	.0343	.0412	.0490	.0577	.0674	.0782
7	.0027	.0035	.0046	.0059	.0076	.0095	.0119	.0146	.0179	.0216
8	.0003	.0005	.0007	.0009	.0012	.0016	.0021	.0027	.0034	.0043
9	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0034	.0006
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9831	.9856	.9878	.9896	.9912	.9926	.9938	.9948	.9956	.9964
2	.8997	.9112	.9216	.9310	.9394	.9470	.9537	.9597	.9650	.9698
3	.7123	.7361	.7587	.7799	.7999	.8186	.8360	.8522	.8672	.8811
4	.4598	.4890	.5179	.5464	.5744	.6019	.6286	.6545	.6796	.7037
5	.2328	.2563	.2807	.3059	.3317	.3581	.3850	.4122	.4397	.4672
6	.0901	.1031	.1171	.1324	.1487	.1661	.1847	.2043	.2249	.2465
7	.0260	.0309	.0366	.0430	.0501	.0581	.0676	.0768	.0876	.0994
8	.0054	.0067	.0082	.0101	.0122	.0148	.0177	.0210	.0249	.0293
9	.0008	.0010	.0013	.0016	.0020	.0026	.0032	.0039	.0048	.0059
10	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9970	.9975	.9979	.9983	.9986	.9989	.9991	.9992	.9994	.9995
2	.9739	.9776	.9808	.9836	.9861	.9882	.9900	.9916	.9930	.9941
3	.8938	.9055	.9162	.9260	.9348	.9428	.9499	.9564	.9622	.9673
4	.7269	.7490	.7700	.7900	.8089	.8266	.8433	.8588	.8733	.8867
5	.4948	.5223	.5495	.5764	.6029	.6288	.6541	.6787	.7026	.7256
6	.2690	.2924	.3166	.3414	.3669	.3929	.4193	.4460	.4729	.5000
7	.1121	.1260	.1408	.1568	.1738	.1919	.2110	.2312	.2523	.2744
8	.0343	.0399	.0461	.0532	.0610	.0696	.0791	.0895	.1009	.1133
9	.0072	.0087	.0104	.0125	.0148	.0175	.0206	.0241	.0282	.0327
10	.0009	.0012	.0014	.0018	.0022	.0027	.0033	.0040	.0049	.0059
11	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005

n= 12

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1136	.2153	.3062	.3873	.4596	.5241	.5814	.6323	.6775	.7176
2	.0062	.0231	.0486	.0809	.1184	.1595	.2033	.2487	.2948	.3410
3	.0002	.0015	.0048	.0107	.0196	.0316	.0468	.0652	.0866	.1109
4	.0000	.0001	.0003	.0010	.0022	.0043	.0075	.0120	.0180	.0256

X										
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0009	.0016	.0027	.0043
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.7530	.7843	.8120	.8363	.8578	.8766	.8931	.9076	.9202	.9313
2	.3867	.4314	.4748	.5166	.5565	.5945	.6304	.6641	.6957	.7251
3	.1377	.1667	.1977	.2303	.2642	.2990	.3344	.3702	.4060	.4417
4	.0351	.0464	.0597	.0750	.0922	.1114	.1324	.1552	.1795	.2054
5	.0065	.0095	.0133	.0181	.0239	.0310	.0393	.0489	.0600	.0726
6	.0009	.0014	.0022	.0033	.0046	.0065	.0088	.0116	.0151	.0194
7	.0001	.0002	.0003	.0004	.0007	.0010	.0015	.0021	.0029	.0039
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	9409	.9493	.9566	.9629	.9683	.9730	.9771	.9806	.9836	.9862
2	.7524	.7776	.8009	.8222	.8416	.8594	.8755	.8900	.9032	.9150
3	.4768	.5114	.5450	.5778	.6093	.6397	.6687	.6963	.7225	.7472
4	.2326	.2610	.2904	.2305	.3512	.3824	.4137	.4452	.4765	.5075
5	.0866	.1021	.1192	.1377	.1576	.1790	.2016	.2254	.2504	.2763
6	.0245	.0304	.0374	.0453	.0544	.0646	.0760	.0887	.1026	.1178
7	.0052	.0068	.0089	.0113	.0143	.0178	.0219	.0267	.0322	.0386
8	.0008	.0011	.0016	.0021	.0028	.0036	.0047	.0060	.0076	.0095
9	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013	.0017
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	0002
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9884	.9902	.9918	.9932	.9943	.9953	.9961	.9968	.9973	.9978
2	.9256	.9350	.9435	.9509	.9576	.9634	.9685	.9730	.9770	.9804
3	.7704	.7922	.8124	.8313	.8487	.8648	.8795	.8931	.9054	.9166
4	.5381	.5681	.5973	.6258	.6533	.6799	.7053	.7296	.7528	.7747
5	.3032	.3308	.3590	.3876	.4167	.4459	.4751	.5043	.5332	.5618
6	.1343	.1521	.1711	.1913	.2127	.2352	.2588	.2833	.3087	.3348
7	.0458	.0540	.0632	.0734	.0846	.0970	.1106	.1250	.1411	.1582
8	.0118	.0144	.0176	.0213	.0255	.0304	.0359	.0400	.0493	.0573
9	.0022	.0028	.0036	.0045	.0056	.0070	.0086	.0104	.0127	.0153
10	.0003	.0004	.0005	.0007	.0008	.0011	.0014	.0018	.0022	.0028
11	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9982	.9986	.9988	.9990	.9992	.9994	.9995	.9996	.9997	.9998
2	.9834	.9860	.9882	.9901	.9917	.9931	.9943	.9953	.9961	.9968
3	.9267	.9358	.9440	.9513	.9579	.9637	.9688	.9733	.9773	.9807
4	.7953	.8147	.8329	.8498	.8655	.8801	.8934	.9057	.9168	.9270
5	.5899	.6175	.6443	.6704	.6956	.7198	.7430	.7652	.7862	.8062
6	.3616	.3889	.4167	.4448	.4731	.5014	.5297	.5577	.5855	.6128
7	.1765	.1959	.2164	.2380	.2607	.2843	.3089	.3343	.3604	.3872
8	.0662	.0760	.0869	.0988	.1117	.1258	.1411	.1575	.1751	.1938
9	.0183	.0218	.0258	.0304	.0356	.0415	.0481	.0555	.0638	.0730
10	.0035	.0043	.0053	.0065	.0079	.0095	.0114	.0137	.0163	.0193
11	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014	.0017	.0021	.0026	.0032
12	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002

n =13

P / X	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1225	.2310	.3270	.4118	.4867	.5526	.6107	.6617	.7065	.7458
2	.0072	.0270	.0564	.0932	.1354	.1814	.2298	.2794	.3293	.3787
3	.0003	.0020	.0062	.0135	.0245	.0392	.0578	.0799	.1054	.1339
4	.0000	.0001	.0005	.0014	.0031	.0060	.0103	.0163	.0242	.0342
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007	.0013	.0024	.0041	.0065
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005	.0009

7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.7802	.8102	.8364	.8592	.8791	.8963	.9113	.9242	.9354	.9450
2	.4270	.4738	.5186	.5614	.6017	.6396	.6751	.7080	.7384	.7664
3	.1651	.1985	.2337	.2704	.3080	.3463	.3848	.4231	.4611	.4983
4	.0464	.0609	.0776	.0967	.1180	.1414	.1667	.1939	.2226	.2527
5	.0097	.0139	.0193	.0260	.0342	.0438	.0551	.0681	.827	.0991
6	.0015	.0024	.0036	.0053	.0075	.0104	.0139	.0183	.0237	.0300
7	.0002	.0003	.0005	.0008	.0013	.0019	.0027	.0038	.0052	.0070
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0012
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9533	.9604	.9666	.9718	.9762	.9800	.9833	.9860	.9883	.9903
2	.7920	.8154	.8367	.8559	.8733	.8889	.9029	.9154	.9265	.9363
3	.5347	.5699	.6039	.6364	.6674	.6968	.7245	.7505	.7749	.7975
4	.2839	.3161	.3489	.3822	.4157	.4493	.4826	.5155	.5478	.5794
5	.1173	.1371	.1585	.1816	.2060	.2319	.2589	.2870	.3160	.3457
6	.0375	.0462	.0562	.0675	.0802	.0944	.1099	.1270	.1455	.1654
7	.0093	.0120	.0154	.0195	.0243	.0299	.0365	.0440	.0527	.0624
8	.0017	.0024	.0032	.0043	.0056	.0073	.0093	.0118	.0147	.0182
9	.0002	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013	.0018	.0024	.0031	.0040
10	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9920	.9934	.9945	.9955	.9963	.9970	.9975	.9980	.9984	.9987
2	.9450	.9527	.9594	.9653	.9704	.9749	.9787	.9821	.9849	.9874
3	.8185	.8379	.8557	.8720	.8868	.9003	.9125	.9235	.9333	.9421
4	.6101	.6398	.6683	.6957	.7217	.7464	.7698	.7917	.8123	.8314
5	.3760	.4067	.4376	.4686	.4995	.5301	.5603	.5899	.6188	.6470
6	.1867	.2093	.2331	.2581	.2841	.3111	.3388	.3673	.3962	.4256
7	.0733	.0854	.0988	.1135	.1295	.1468	.1654	.1853	.2065	.2288
8	.0223	.0271	.0326	.0390	.0462	.0544	.0635	.0738	.0851	.0977
9	.0052	.0065	.0082	.0102	.0126	.0154	.0187	.0225	.0270	.0321
10	.0009	.0012	.0015	.0020	.0025	.0032	.0040	.0051	.0063	.0078
11	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0005	.0006	.0008	.0010	.0013
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9990	.9992	.9993	.9995	.9996	.9997	.9997	.9998	.9998	.9999
2	.9895	.9912	.9928	.9940	.9951	.9960	.9967	.9974	.9979	.9983
3	.9499	.9569	.9630	.9684	.9731	.9772	.9808	.9838	.9865	.9888
4	.8492	.8656	.8807	.8945	.9071	.9185	9288	.9381	.9464	.9539
5	.6742	.7003	.7254	.7493	.7721	.7935	.8137	.8326	.8502	.8666
6	.4552	.4849	.5146	.5441	.5732	.6019	.6299	.6573	.6838	.7095
7	.2524	.2770	.3025	.3290	.3563	.3842	.4127	.4415	.4707	.5000
8	.1114	.1264	.1426	.1600	.1788	.1988	.2200	.2424	.2659	.2905
9	.0379	.0446	.0520	.0605	.0698	.0803	.0918	.1045	.1183	.1334
10	.0096	.0117	.0141	.0170	.0203	.0242	.0287	.0338	.0396	.0461
11	.0017	.0021	.0027	.0033	.0041	.0051	.0063	.0077	.0093	.0112
12	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014	.0017
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

n =14

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1313	.2464	.3472	.4353	.5123	.5795	.6380	.6888	.7330	.7712
2	.0084	.0310	.0645	.1059	.1530	.2037	.2564	.3100	.3632	.4154
3	.0003	.0025	.0077	.0167	.0301	.0478	.0698	.0958	.1255	.1584
4	.0000	.0001	.0006	.0019	.0042	.0080	.0136	.0214	.0315	.0441
5	.0000	.0000	.0000	.0002	.0004	.0010	.0020	.0035	.0059	.0092
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0008	.0015
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20

1	.8044	.8330	.8577	.8789	.8972	.9129	.9264	.9379	.9477	.9560
2	.4658	.5141	.5599	.6031	.6433	.6807	.7152	.7469	.7758	.8021
3	.1938	.2315	.2708	.3111	.3521	.3932	.4341	.4744	.5138	.5519
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9631	.9691	.9742	.9786	.9822	.9852	.9878	.9899	.9917	.9932
2	.8259	.8473	.8665	.8837	.8990	.9126	.9246	.9352	.9444	.9525
3	.5887	.6239	.6574	.6891	.7189	.7467	.7727	.7967	.8188	.8392
4	.3366	.3719	.4076	.4432	.4787	.5136	.5479	.5813	.6137	.6448
5	.1523	.1765	.2023	.2297	.2585	.2884	.3193	.3509	.3832	.4158
6	.0543	.0662	.0797	.0949	.1117	.1301	.1502	.1718	.1949	.2195
7	.0152	.0196	.0248	.0310	.0383	.0467	.0563	.0673	.0796	.0933
8	.0033	.0045	.0060	.0079	.0103	.0132	.0167	.0208	.0257	.0315
9	.0006	.0008	.0011	.0016	.0022	.0029	.0038	.0050	.0065	.0083
10	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0007	.0009	.0012	.0017
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9945	.9955	.9963	.9970	.9976	.9981	.9984	.9988	.9909	.9992
2	.9596	.9657	.9710	.9756	.9795	.9828	.9857	.9881	.9902	.9919
3	.8577	.8746	.8899	.9037	.9161	.9271	.9370	.9457	.9534	.9602
4	.6747	.7032	.7301	.7556	.7795	.8018	.8226	.8418	.8595	.8757
5	.4486	.4813	.5138	.5458	.5773	.6080	.6378	.6666	.6943	.7207
6	.2454	.2724	.3006	.3297	.3595	.3899	.4208	.4519	.4831	.5141
7	.1084	.1250	.1431	.1626	.1836	.2059	.2296	.2545	.2805	.3075
8	.0381	.0458	.0545	.0643	.0753	.0876	.1012	.1162	.1325	.1501
9	.0105	.0131	.0163	.0200	.0243	.0294	.0353	.0420	.0497	.0583
10	.0022	.0029	.0037	.0048	.0060	.0076	.0095	.0117	.0144	.0175
11	.0003	.0005	.0006	.0008	.0011	.0014	.0019	.0024	.0031	.0039
12	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0005	.0006
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9994	.9995	.9996	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999
2	.9934	.9946	.9956	.9964	.9971	.9977	.9981	.9985	.9988	.9991
3	.9661	.9713	.9758	.9797	.9830	.9858	.9883	.9903	.9921	.9935
4	.8905	.9039	.9161	.9270	.9368	.9455	.9532	.9601	.9661	.9713
5	.7459	.7697	.7922	.8132	.8328	.8510	.8678	.8833	.8974	.9102
6	.5450	.5754	.6052	.6344	.6627	.6900	.7163	.7415	.7654	.7880
7	.3355	.3643	.3937	.4236	.4539	.4843	.5148	.5451	.5751	.6047
8	.1692	.1896	.2113	.2344	.2586	.2840	.3105	.3380	.3663	.3953
9	.0680	.0789	.0910	.1043	.1189	.1348	.1520	.1707	.1906	.2120
10	.0212	.0255	.0304	.0361	.0426	.0500	.0583	.0677	.0783	.0898
11	.0049	.0061	.0076	.0093	.0114	.0139	.0168	.0202	.0241	.0287
12	.0008	.0010	.0013	.0017	.0022	.0027	.0034	.0042	.0053	.0065
13	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0003	.0004	.0006	.0007	.0009
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

n =15

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1399	.2614	.3667	.4579	.5367	.6047	.6633	.7137	.7570	.7941
2	.0096	.0353	.0730	.1191	.1710	.2262	.2832	.3403	.3965	.4510
3	.0004	.0030	.0094	.0203	.0362	.0571	.0829	.1130	.1469	.1841
4	.0000	.0002	.0008	.0024	.0055	.0104	.0175	.0273	.0399	.0556
5	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0014	.0028	.0050	.0082	.0127
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0007	.0013	.0022
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.8259	.8530	.8762	.8959	.9126	.9269	.9389	.9490	.9576	.9648
2	.5031	.5524	.5987	.6417	.6814	.7179	.7511	.7813	.8085	.8329
3	.2238	.2654	.3084	.3520	.3958	.4392	.4819	.5234	.5635	.6020
4	.0742	.0959	.1204	.1476	.1773	.2092	.2429	.2782	.3146	.3518

5	.0187	.0265	.0361	.0478	.0617	.0778	.0961	.1167	.1394	.1642
6	.0037	.0057	.0084	.0121	.0168	.0227	.0300	.0387	.0490	.0611
7	.0006	.0010	.0015	.0024	.0036	.0052	.0074	.0102	.0137	.0181
8	.0001	.0001	.0002	.0004	.0006	.0010	.0014	.0021	.0030	.0042
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9709	.9759	.9802	.9837	.9866	.9891	.9911	.9928	.9941	.9953
2	.8547	.8741	.8913	.9065	.9198	.9315	.9417	.9505	.9581	.9647
3	.6385	.6731	.7055	.7358	.7639	.7899	.8137	.8355	.8553	.8732
4	.3895	.4274	.4650	.5022	.5387	.5742	.6086	.6416	.6732	.7031
5	.1910	.2195	.2495	.2810	.3135	.3469	.3810	.4154	.4500	.4845
6	.0748	.0905	.1079	.1272	.1484	.1713	.1958	.2220	.2495	.2784
7	.0230	.0298	.0374	.0463	.0566	.0684	.0817	.0965	.1130	.1311
8	.0058	.0078	.0104	.0135	.0173	.0219	.0274	.0338	.0413	.0500
9	.0011	.0016	.0023	.0031	.0042	.0056	.0073	.0094	.0121	.0152
10	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011	.0015	.0021	.0028	.0037
11	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005	.0007
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9962	.9969	.9975	.9980	.9984	.9988	.9990	.9992	.9994	.9995
2	.9704	.9752	.9794	.9829	.9858	.9883	.9904	.9922	.9936	.9948
3	.9983	.9038	.9167	.9281	.9383	.9472	.9550	.9618	.9678	.9729
4	.7314	.7580	.7829	.8060	.8273	.8469	.8649	.8813	.8961	.9095
5	.5187	.5523	.5852	.6171	.6481	.6778	.7062	.7332	.7587	.7827
6	.3084	.3393	.3709	.4032	.4357	.4684	.5011	.5335	.5654	.5968
7	.1509	.1722	.1951	.2194	.2452	.2722	.3003	.3295	.3595	.3902
8	.0599	.0711	.0837	.0977	.1132	.1302	.1487	.1687	.1902	.2131
9	.0190	.0236	.0289	.0351	.0422	.0504	.0597	.0702	.0820	.0950
10	.0048	.0062	.0079	.0099	.0124	.0154	.0190	.0230	.0281	.0338
11	.0009	.0012	.0016	.0022	.0028	.0037	.0047	.0059	.0075	.0093
12	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0009	.0011	.0015	.0019
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	.9996	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	1.0000	1.0000
2	.9958	.9966	.9973	.9979	.9983	.9987	.9990	.9992	.9994	.9995
3	.9773	.9811	.9843	.9870	.9893	.9913	.9929	.9943	.9954	.9963
4	.9125	.9322	.9417	.9502	.9576	.9641	.9697	.9746	.9788	.9824
5	.8052	.8261	.8454	.8633	.8796	.8945	.9080	.9201	.9310	.9408
6	.6274	.6570	.6856	.7131	.7392	.9641	7875	.8095	.8301	.8491
7	.4214	.4530	.4847	.5164	.5478	.5789	.6095	.6394	.6684	.6964
8	.2374	.2630	.2898	.3176	.3465	.3762	.4065	.4374	.4686	.5000
9	.1095	.1254	.1427	.1615	.1818	.2034	.2265	.2510	.2767	.3036
10	.0404	.0479	.0565	.0661	.0769	.0890	.1024	.1171	.1333	.1509
11	.0116	.0143	.0174	.0211	.0255	.0305	.0363	.0430	.0506	.0592
12	.0025	.0032	.0040	.0051	.0063	.0079	.0097	.0119	.0145	.0176
13	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0015	.0018	.0023	.0029	.0037
14	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005

n =16

X \ P	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.1485	.2762	.3857	.4796	.5599	.6284	.6869	.7366	.7789	.8147
2	.0109	.0399	.0818	.1327	.1892	.2489	.3098	.3701	.4289	.4853
3	.0005	.0037	.0113	.0242	.0429	.0673	.0969	.1311	.1694	.2108
4	.0000	.0002	.0011	.0032	.0070	.0132	.0221	.0342	.0496	.0684
5	.0000	.0000	.0001	.0003	.0009	.0019	.0038	.0068	.0111	.0170
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0010	.0019	.0033
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0005
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.8450	.8707	.8923	.9105	.9257	.9386	.9493	.9582	.9657	.9719
2	.5386	.5885	.6347	.6773	.7161	.7513	.7830	.8115	.8368	.8593
3	.2545	.2999	.3461	.3926	.4386	.4838	.5277	.5698	.6101	.6482

4	.0907	.1162	.1448	.1763	.2101	.2460	.2836	.3223	.3619	.4019
5	.0248	.0348	.0471	.0618	.0791	.0988	.1211	.1458	.1727	.2018
6	.0053	.0082	.0120	.0171	.0235	.0315	.0412	.0527	.0662	.0817
7	.0009	.0015	.0024	.0038	.0056	.0080	.0112	.0153	.0204	.0267
8	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0016	.0024	.0036	.0051	.0070
9	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0007	.0010	.0015
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002

n =20

P / X	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20
1	.9028	.6224	.9383	.9510	9612	.9694	.9759	9811	.9852	.9885
2	.6624	.7109	.7539	.7916	.8244	.8529	.8773	.8982	.9159	.9308
3	.3802	.4369	.4920	.5450	.5951	.6420	.6854	.7252	.7614	.7939
4	.1710	.2127	.2573	.3041	.3523	.4010	.4496	.4974	.5439	.5886
5	.0610	.0827	.1083	.1375	.1702	.2059	.2443	.2849	.3271	.3704
6	.0175	.0260	.0370	.0507	.0673	.0870	.1098	.1359	.1643	.1958
7	.0041	.0067	.0103	.0153	.0219	.0304	.0409	.0537	.0689	.0867
8	.0008	.0014	.0024	.0038	.0059	.0088	.0127	.1077	.0241	.0321
9	.0001	.0002	.0005	.0008	.0013	.0021	.0033	.0049	.0071	.0100
10	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004	.0007	.0011	.0017	.0026
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004	.0006
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9910	.9931	.9946	.9959	.9968	.9976	.9982	.9986	.9989	.9992
2	.9434	.9539	.9626	.9698	.9757	.9805	.9845	.9877	.9903	.9924
3	.8230	.8488	.8716	.8915	.9087	.9237	.9365	.9474	.9567	.9645
4	.6310	.6711	.7058	.7431	.7748	.8038	.8300	.8534	.8744	.8929
5	.4142	.4580	.5014	.5439	.5852	.6248	.6625	.6981	.7315	.7625
6	.2297	.2657	.3035	.3427	.3828	.4235	.4643	.5048	.5447	.5836
7	.1071	.1301	.1558	.1838	.2142	.2467	.2810	.3169	.3540	.3920
8	.0419	.0536	.0675	.0835	.1018	.1225	.1455	.1707	.1982	.2277
9	.0138	.0186	.0246	.0323	.0409	.0515	.0640	.0784	.0948	.1133
10	.0038	0054	.0075	.0103	.0139	.0183	.0238	.0305	.0385	.0480
11	.0009	.0013	.0019	.0028	.0039	.0055	.0074	.0100	.0132	.0171
12	.0003	.0003	.0004	.0006	.0009	.0014	.0019	.0027	.0038	.0051
13	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0013
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40
1	.9994	.9996	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	1.0000
2	.9940	.9953	.9964	.9972	.9979	.9984	.9988	.9991	.9993	.9995
3	.9711	.9765	.9811	.9848	.9879	.9904	.9924	.9940	.9953	.9964
4	.9092	.9235	.9358	.9465	.9556	.9634	.9700	.9755	.9802	.9840
5	.7911	.8173	.8411	.8626	.8818	.8989	.9141	.9274	.9390	.9490
6	.6213	.6574	.6918	.7242	.7546	.7829	.8090	.8329	.8547	.8744
7	.4305	.4693	.5079	.5460	.5834	.6197	.6547	.6882	.7200	.7500
8	.2591	.2922	.3268	.3624	.3990	.4361	.4735	.5108	.5478	.5841
9	.1340	.1568	.1818	.2087	.2376	.2683	.3005	.3341	.3688	.4044
10	.0591	.0719	.0866	.1032	.1218	.1424	.1650	.1894	.2163	.2447
11	.0220	.0279	.0350	.0434	.0532	.0645	.0775	.0923	.1090	.1275
12	.0069	.0091	.0119	.0154	.0196	.0247	.0308	.0381	.0466	.0565
13	.0018	.0025	.0038	.0045	.0060	.0079	.0102	.0132	.0167	.0210
14	.0004	.0006	.0008	.0002	.0015	.0021	.0028	.0037	.0049	.0065
15	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0009	.0012	0016
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	.9996	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	1.0000	1.0000	1.0000

X										
3	.9972	.9979	.9984	.9988	.9991	.9993	.9995	.9996	.9997	.9998
4	.9872	.9898	.9920	.9937	.9951	.9962	.9971	.9977	.9983	.9987
5	.9577	.9651	.9714	.9767	.9811	.9848	.9879	.9904	.9924	.9941
6	.8921	.9078	.9217	.9340	.9447	.9539	.9619	.9687	.9745	.9793
7	.7780	.8041	.8281	.8501	.8701	.8881	.9042	.9186	.9312	.9423
8	.6196	.6539	.6868	.7183	.7480	.7759	.8020	.8261	.8482	.8684
9	.4406	.4771	.5136	.5499	.5847	.6207	.6546	.6874	.7186	.7483
10	.2748	.3064	.3394	.3736	.4086	.4443	.4804	.5166	.5525	.5881
11	.1480	.1705	.1949	.2212	.2493	.2791	.3104	.3432	.3771	.4119
12	.0679	.0810	.0958	.1123	.1308	.1511	.1734	.1977	.2238	.2517
13	.0262	.0324	.0397	.0482	.0580	.0694	.0823	.0969	.1133	.1316
14	.0084	.0107	.0136	.0172	.0214	.0265	.0326	.0397	.0480	.0577
15	.0022	.0029	.0038	.0050	.0064	.0083	.0105	.0133	.0166	.0207
16	.0004	.0006	.0008	.0011	.0015	.0020	.0027	.0035	.0046	.0059
17	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0010	.0013
18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002

n =25

P / X	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10
1	.2222	.3965	.5330	.6396	.7226	.7871	.8370	.8756	.9054	.9282
2	.0258	.0886	.1720	.2642	.3576	.4473	.5304	.6053	.6714	.7288
3	.0020	.0132	.0380	.0765	.1271	.1817	.2534	.3232	.3937	.4629
4	.0001	.0014	.0062	.0165	.0341	.0598	.0936	.1351	.1831	.2364
5	.0000	.0001	.0008	.0028	.0072	.0150	.0274	.0451	.0686	.0980
6	.0000	.0000	.0001	.0004	.0012	.0031	.0065	.0123	.0210	.0334
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0003	0013	.0028	.0054	.0095
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0011	.0023
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.11	.12	.13	.14	.15	.16	.17	.18	.19	20
1	.9457	.9591	.9692	.9770	.9828	.9872	.9905	.9930	.9948	.9962
2	.7779	.8195	.8543	.8832	.9069	.9263	.9420	.9546	.9646	.9726
3	.5291	.5912	.6483	.7000	.7463	.7870	.8226	.8533	.8796	.9018
4	.2934	.3525	.4123	.4714	.5298	.5837	.6352	.6829	.7266	.7660
5	.1331	.1734	.2183	.2668	.3179	.3707	.4241	.4772	.5292	.5793
6	.0499	.0709	.0965	.1268	.1615	.2002	.2425	.2875	.3347	.3833
7	.0156	.0243	.0359	.0509	.0695	.0920	.1185	.1488	.1827	.2200
8	.0041	.0070	.0113	.0173	.0255	.0361	.0495	.0661	.0859	.0191
9	.0009	.0017	.0030	.0050	.0080	.0121	.0178	.0252	.0348	.0468
10	.0002	.0004	.0007	.0013	.0021	.0035	.0055	.0083	.0122	.0173
11	.0000	.0001	.0001	.0003	.0003	.0009	.0015	.0024	.0037	.0056
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0006	.0010	.0015
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0004
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.21	.22	.23	.24	.25	.26	.27	.28	.29	.30
1	.9972	9980	.9985	.9990	.9992	.9995	.9996	.9997	.9998	.9999
2	.9789	.9838	.9877	.9907	.9930	.9947	.9961	.9971	.9979	.9984
3	.9204	.9360	.9488	.9593	.9679	.9748	.9804	.9848	.9883	.9910
4	.8013	.9324	.8597	.8834	.9038	.9211	.9358	.9481	.9583	.9668
5	.6270	.8324	.7134	.7516	.7863	.8174	.8452	.8696	.8910	.9095
6	.4325	.6718	.5299	.7567	.6217	.6644	.7044	.7415	.7755	.8065
7	.2601	.4816	.3471	.3927	.4389	.4851	.5308	.5753	.6183	.6593
8	.1358	.3027	.1989	.2349	.2735	.3142	.3565	.3999	.4440	.4882
9	.0614	.0788	.0993	.1228	.1494	.1790	.2115	.4265	.2838	.3231
10	.0240	.0325	.0431	.0560	.0713	.0893	.1101	.1338	.1602	.1894
11	.0082	.0117	.0163	.0222	.0297	.0389	.0502	.0636	.0795	.0978
12	.0024	.0036	.0053	.0076	.0107	.0148	.0199	.0264	.0345	.0442
13	.0006	.0010	.0015	.0023	.0034	.0049	.0069	.0096	.0130	.0175
14	.0001	.0002	.0004	.0006	.0009	.0014	.0021	0030	.0043	.0060
15	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0012	.0018
16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001
	.31	.32	.33	.34	.35	.36	.37	.38	.39	.40

1	.9999	.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	.9989	.9992	.9994	.9996	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999
3	.9932	.9949	.9961	.9971	.9979	.9984	.9989	.9992	.9994	.9996
4	.9737	.9793	.9838	.9874	.9903	.9926	.9944	.9958	.9968	.9976
5	.9254	.9390	.9504	.9600	.9680	.9745	.9799	.9842	.9877	.9905
6	.8344	.8593	.8813	.9006	.9174	.9318	.9441	.9546	.9633	.9706
7	.6981	.7343	.7679	.7987	.8266	.8517	.8742	.8940	.9114	.9264
8	.5319	.5747	.6163	.6561	.6939	.7295	.7626	.7932	.8211	.8464
9	.3639	.4057	.4482	.4908	.5332	.5748	.6152	.6542	.6914	.7265
10	.2213	.2555	.2919	.3300	.3697	.4104	.4517	.4933	.5347	.5754
11	.1188	.1424	.1686	.1975	.2288	.2624	.2981	.3355	.3743	.4142
12	.0560	.0698	.0859	.1044	.1254	.1490	.1751	.2036	.2346	.2677
13	.0230	.0299	.0383	.0485	.0604	.0745	.0907	.1093	.1303	.1538
14	.0083	.0112	.0149	.0196	.0255	.0326	.0412	.0515	.0637	.0778
15	.0026	.0036	.0050	.0069	.0093	.0124	.0163	.0212	.0271	.0344
16	.0007	.0010	.0004	.0021	.0029	.0041	.0056	.0075	.0100	.0132
17	.0002	.0002	.0001	.0005	.0008	.0011	.0016	.0023	.0032	.0043
18	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0012
19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003
20	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
	.41	.42	.43	.44	.45	.46	.47	.48	.49	.50
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	.9983	.9987	.9991	.9993	.9995	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999
5	.9927	.9945	.9958	.9969	.9977	.9983	.9988	.9991	.9994	.9995
6	.9767	.9816	.9856	.9888	.9914	.9914	.9950	.9961	.9972	.9980
7	.9394	.9505	.9599	.9677	.9742	.9796	.9840	.9876	.9904	.9927
8	.8692	.8849	.9071	.9227	.9361	.9477	.9575	.9658	.9727	.9784
9	.7593	.7897	.8177	.8431	.8660	.8865	.9046	.9205	.9343	.9461
10	.6151	.6535	.6902	.7250	.7576	.7880	.8106	.8415	.8648	.8852
11	.4548	.4956	.5363	.5765	.6157	.6538	.6902	.7294	.7574	.7878
12	.3029	.3397	.3780	.4174	.4574	.4978	.5382	.5780	.6171	.6550
13	.1797	.2080	.2387	.2715	.3063	.3429	.3808	.4199	.4598	.5000
14	.0941	.1127	.1336	.1569	.1827	.2109	.2413	.2740	.3086	.3450
15	.0431	.0535	.0656	.0797	.0960	.1145	.1353	.1585	.1841	.2122
16	.0171	.0220	.0280	.0353	.0440	.0543	.0663	.0803	.0964	.1148
17	.0058	.0078	.0103	.0134	.0174	.0222	.0281	.0352	.0438	.5039
18	.0017	.0023	.0032	.0044	.0058	.0077	.0102	.0132	.0170	.2016
19	.0004	.0006	.0008	.0012	.0016	.0023	.0031	.0041	.0055	.0073
20	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0008	.0011	.0015	.0020
21	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0005
22	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

(Table – D)

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

Z : N (0,1)

P (0 < Z < z) *المساحة المظللة تمثل*

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0984	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830

1.2	.3849	.3869	.3888	3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4550	.4505	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4606	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4617	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	4953	4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997

أخذت البيانات في هذا الجدول من كتاب "مبادئ الإحصاء لطلبة العلوم الإدارية والاقتصاد" تأليف هويل وجيسين .

(Table – E)

المصطلحات (إنكليزي –عربي)

(A)

Abscissa	الإحداثي السيني
Absolute dispersion	التشتت المطلق
Absolute value	**القيمة المطلقة**
Age classes	فئات العمر
Age specific fertility rate	معدل الخصوبة المحدد بالعمر
Aggregate method	طريقة التجميع
Annual crude death rate	معدل الوفاة الخام
Annual period	دورة سنوية
Approximating curve	المنحنى التقريبي
Arithmetic mean	الوسط الحسابي
Arrange	ينظم
Ascending number	أرقام تصاعدية
Asymptotically normal	يؤول الى التوزيع الطبيعي
Attributes	الصفات
Average	المتوسط

(B)

Biased estimator	تقدير متحيز
Bar graphs or charts	الأعمدة البيانية
Base	أساس
Beast fitting curve	المنحنى الأحسن توفيقا
Bimodal	ذو منوالين
Bivariate regulation	توزيع تكراري ذو متغيرين
Bivariate population	مجتمع ثنائي
Bivariate table	جدول مزدوج ذو متغيرين

مع تحيات د. سلام حسين عويد الهلالي

https://scholar.google.com/citations?user=t1aAacgAAAAJ&hl=en

salamalhelali@yahoo.com

فيس بك... كروب... رسائل وأطاريح في علوم الحياة

https://www.facebook.com/groups/Biothesis/

https://www.researchgate.net/profile/Salam_Ewaid/

07807137614



(C)

Case – fatality ratio	نسبة حالات الهلاك
Cell frequencies	تكرارات الخلايا
Census	المسح الشامل
Center of gravity	مركز الثقل
Central limit theorem	نظرية النهاية المركزية
Chance variable	متغير الصدفة (تصادفي)
Characteristic	العدد البياني
Classes	فئات
Class frequency	تكرار الفئة
Class interval	فترة الفئة
Class limits	حدود الثقة
Class mid point (mark)	مركز الفئة
Class size (width)	طول الفئة
Cluster sampling	العينة العنقودية
Coding method	طريقة الترميز
Coefficient of variation	معامل الاختلاف
Coefficient of variation	معامل الاختلاف
Complex numbers	الأعداد المركبة
Complex bar charts	طريقة الأعمدة البيانية
Complex numbers	فترات الثقة
Component bar chart	مستوى الثقة
Confidence level	حدود الثقة
Constant	ثابت
Contingency tables	جداول التوافق
Continuos data	بيانات متصلة
Continuos	متغير متصل
Control charts	خرائط المراقبة
Counting	الترقيم (العد)
Covariance	التباين المشترك

Critical region	المنطقة الحرجة
Critical values	القيم الحرجة
Crude birth rate	معدل الولادة الخام
Cumulative frequency	تكرار متجمع
"One more" cumulative distribution	التوزيع التكراري المتجمع (النازل)
"Less than" cumulative distribution	التوزيع التكراري المتجمع الصاعد
Curve	منحنى

(D)

Data	بيانات
Death rate	معدل الوفاة
Deciles	العشيرات
Deductive statistics	الاحصاء الاستنتاجي
Defining the population	تحديد المجتمع الإحصائي
Density function	دالة الكثافة
Dependent variable	متغير تابع
Description of data	وصف البيانات
Descriptive statistics	الإحصاء الوصفي
Deviation	انحراف
Dichotomous	تقسيم ثنائي
Discrete data	بيانات متقطعة
Discrete frequency distribution	توزيع تكراري متقطع
Discrete random variable	متغير عشوائي متقطع
Discrete variable	متغير متقطع
Disjoint	منفصلة
Dispersion	تشتت

(E)

Efficient estimation	تقدير كفوء
Enumeration	العدد
Error	خطأ
Estimation	تقدير
Event	حادث
Event integer	رقم زوجي
Expected number of death	عدد الوفيات المتوقع
Expected or theoretical frequencies	التكرارات المتوقعة او النظرية
Experiment	تجربة
Explained	يفسر او يوضح
Exponent	أس

(F)

Factor	معامل
Fertility statistics	إحصاءات الخصوبة
Fetal death ratio	نسبة وفياته الإسقاط
Finite	محدود
First quarter	الربع الأول
Forecast	التنبؤ
Forms of distributions	أشكال التوزيعات
Frequency cumulative distribution	التوزيع التكراري المجتمع
Frequency curve	المنحنى التكراري
Frequency distribution	توزيع تكراري
Frequency function	دالة التكرار
Frequency histogram	المدرج التكراري
Frequency polygon	المضلع التكراري
Frequency table	جدول تكراري

(G)

Geometric mean	الوسط الهندسي
Graph	شكل بياني
Graphic presentation	تمثيل التوزيعات التكرارية بيانيا

(H)

Harmonic mean	الوسط التوافقي

(I)

Incidence rate	معدل الإصابات
Independence	استقلال
Independent variable	متغير مستقل
Inductive statistics	الإحصاء الاستقرائي
Inefficient estimator	تقدير غير كفؤ
Infinite	غير محدد (لا نهائي)
Interval estimate	تقدير بفترة
Interquartile range	المدى الربعي

(K)

Kurtosis	تفرطح

(L)

Large sample	عينة كبيرة
Leptokurtic	قليل التفرطح
Less than	اقل من
Level of significance	مستوى المعنوية
Life tables	جداول الحياة
Line graph	الخط البياني
Lower class limit	الحد الأدنى للفئة

(M)

Maternal mortality rate	معدل وفيات الأمومة
Mean absolute deviation	الانحراف المتوسط (متوسط القيمة المطلقة للانحراف)
Measurements	قياسات
Median	الوسيط
Mentissa	الجزء العشري
Mesokurtic	متوسط التفرطح
Modal class interval	الفئة المنوالية
Mode	المنوال
Model class frequency	تكرارات الفئة المنوالية
Moment	عزم
Moment about the mean	العزم حول الوسط الحسابي
Mortality rate	معدل الوفيات
Mortality statistics	إحصاءات الوفيات
Most efficient (best estimator)	الاكثر كفاءة
Multiple	متعدد

(N)

Normal curve	المنحنى الطبيعي (او المعتدل)
Normal distribution	توزيع طبيعي (او معتدل)

(O)

Observation	مشاهدة
Observed frequencies	التكرارات الملاحظة
Ordinate	الاحداثي الصادي
Origin	نقطة الأصل
Outcome	نتيجة
Overestimate	في التقدير

(P)

Parameter	معلمة
Percentage	النسبة المئوية
Percentile coefficient of kurtosis	معامل التفرطح المئيني
Percentiles	المئينات
Pictural graph	الرسوم التصويرية
Pie charts	التمثيل بالقطاعات الدائرية
Platy kurtic	كبير التفرطح
Point estimation	التقدير النقطي
Pooled variance	التباين المجمع
Population	المجتمع
Pregnancy period	فترة الحمل
Proportion	تناسب
Presentation of data	عرض البيانات
Prevalence rate	معدل الانتشار
Probability	احتمال
Probability sampling	المعاينة الاحتمالية
Probable error	الخطأ المحتمل
Properties	خواص

(Q)

Quadrants	الأرباع
Quadratic mean	الوسط التربيعي
Qualitative variables	المتغيرات النوعية
Quality control	السيطرة النوعية
Quantitative variables	المتغيرات الكمية
Quantities	قيم التقسيمات الجزئية
Quartiles	الربيعات
Quartiles coefficient skewness	معامل الالتواء الربيعي

(R)

Random experiment	تجربة عشوائية
Random numbers	أرقام عشوائية
Random samples	عينات عشوائية
Random variables	المتغيرات العشوائية
Range	المدى
Rate	المعدل
Ratio	النسبة
Reasons for sample	أسباب اختيار العينة
Rectangular co – ordinates	الإحداثيات المتعامدة
Relative frequency	التكرار النسبي
Representative	ممثلة
Root	جذر
Roster method	طريقة العد
Row data	البيانات الخام
Rule method	طريقة القانون

(S)

Sample	عينة
Sample size	حجم العينة
Sample space	فضاء العينة
Sample statistics	إحصائيات العينة
Sample variance	تباين العينة
Sampling	المعاينة
Sampling distribution	توزيع المعاينة
Sampling theory	نظرية العينات
Sampling without replacement	المعاينة بدون إرجاع
Sampling with replacement	المعاينة مع الإرجاع
Scatter diagram	شكل الانتشار
Selection	اختيار

Simple random sampling	طريقة العينة العشوائية البسيطة
Skewed to the right (Positive skewness)	ملتو الى اليمين(التواء موجب)
Skewed to the lift (Negative skewness)	ملتو الى اليسار (التواء سالب)
Social health conditions of population	ظروف المجتمعات الصحية الاجتماعية
Source of variation	مصدر التغير
Standard deviation	الانحراف المعياري
Standard error	الخطأ المعياري
Standard form	العينة القياسية
Standardized death rate	معدل الوفيات القياسي
Standard sampling	طريقة العينة المعيارية
Standard unite	وحدات معيارية (درجات)
Stating the purpose	تحديد الهدف
Statistical decisions	القرارات الإحصائية
Statistical experiment	التجربة الإحصائية
Statistical inference	الاستدال الإحصائي
Statistics	إحصاءات
Stratified random sampling	طريقة العينة العشوائية الطبقية
Subscript (index)	رمز الدليل (الرقم الجانبي الأسفل)
Sum of squares	مجموع المربعات
Systematic sampling	طريقة العينة المنتظمة

(T)

Table contingency	جدول التوافق
Target population	مجتمع الهدف
Theory	نظرية
Time series	سلسلة زمنية
Total frequency	التكرار الكلي
Treatment	معاملة

(U)

Unbiased estimator	تقدير غير متحيز
Under estimate	التقليل في التقدير
Unimodal	وحيد المنوال
Upper class limit	الحد الأعلى للفئة

(V)

Value	قيمة
Variable	متغير
Variance	تباين
Variation	تغير او اختلاف
Vital statistics	الإحصاءات الحيوية

(W)

Weighted arithmetic mean	الوسط الحسابي المرجح
Weights	الأوزان المرجحة

(X)

X intercept	الجزء المقطوع من محور السينات

(Y)

Y intercept	الجزء المقطوع من محور الصادات